

## ESERCIZIO sulla concentrazione

La seguente tabella mostra gli investimenti fissi lordi (in milioni di euro) nel settore industriale in Italia nel periodo 1970-1974:

Anno	1970	1971	1972	1973	1974
Investimenti	3932	3868	3782	4261	4518

1. Si calcoli l'investimento mediano e medio nel periodo 1970-1974 ed un'opportuna misura di variazione adatta per effettuare confronti relativi ad investimenti di paesi o settori diversi.

**RISPOSTA:** l'investimento mediano è di 3932 milioni di euro.

L'investimento medio è di 4072.2 milioni di euro.

La deviazione standard è di 275.66 milioni di euro.

La misura di variazione da usare per fare confronti è il coefficiente di variazione

$$CV = \frac{\sigma}{|\mu|} = 0.067$$

2. Si tracci la spezzata di concentrazione degli investimenti nel periodo di riferimento.

**RISPOSTA:** La spezzata di concentrazione ha coordinate:

$$P_i = \frac{i}{N} \quad \text{e} \quad Q_i = \frac{\sum_{j=1}^i x_j}{A}, \quad i = 0, \dots, N$$

dove le osservazioni sono:

$$x_0 = 0 \leq x_1 \leq \dots \leq x_N$$

e, nel nostro caso,  $N = 5$  (numero di osservazioni) e  $A = 20361$  (totalità del carattere). Abbiamo quindi:

$$P_0 = 0, \quad P_1 = 1/5, \quad P_2 = 2/5$$

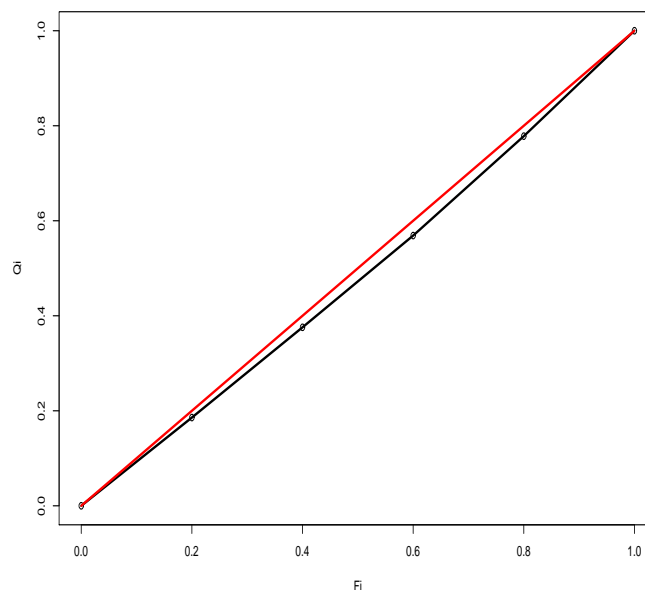
$$P_3 = 3/5, \quad P_4 = 4/5, \quad P_5 = 1$$

e

$$Q_0 = 0, \quad Q_1 = 3782/20361, \quad Q_2 = 7650/20361, \quad Q_3 = 11518/20361, \quad Q_4 = 15843/20361, \quad Q_5 = 1$$

$$Q_4 = 15843/20361, \quad Q_5 = 1$$

La spezzata di concentrazione risultante è riportata in Figura ed è molto vicina alla bisettrice: questo indica che siamo vicini ad una situazione di quasi equidistribuzione degli investimenti nel periodo considerato come è confermato anche dal calcolo dell'indice di concentrazione di Gini



3. Si misuri il grado di concentrazione utilizzando un opportuno indice e si commenti il risultato ottenuto.

**RISPOSTA:** un'opportuna misura di concentrazione è l'indice di concentrazione di Gini ( $R$ ) o l'area di concentrazione ( $A$ ). In questo caso l'indice di concentrazione di Gini:

$$G = \frac{\sum_{i=1}^{N-1} (P_i - Q_i)}{\sum_{i=1}^{N-1} P_i}$$

vale  $R = 0.0458$

Il valore è molto basso, ad indicare una situazione di quasi equiripartizione del carattere. In effetti in ciascuno degli anni presi in considerazione si è osservato un investimento vicino al valore medio.

## Esercizio sulla concentrazione

Si considerino le seguenti osservazioni relative al numero di impiegati per azienda,  $X$ , in un campione di ampiezza 8:

10, 10, 20, 30, 30, 40, 10, 20

1. Calcolate un opportuno indice di concentrazione del carattere  $X$ , commentando il risultato ottenuto.

**RISPOSTA:** In questo caso si possono calcolare entrambi gli indici di concentrazione di Gini:

$$G = \frac{\sum_{i=1}^{N-1} (P_i - Q_i)}{\sum_{i=1}^{N-1} P_i}$$

oppure, riclassificando le osservazioni per valori distinti e calcolando le frequenze relative:

$$X = \begin{cases} 10 & 20 & 30 & 40 \\ \frac{3}{8} & \frac{2}{8} & \frac{2}{8} & \frac{1}{8} \end{cases}$$

si può poi procedere al calcolo dell'indice

$$G^* = \frac{\sum_{i=1}^{k-1} (P_i^* - Q_i^*)}{\sum_{i=1}^{k-1} P_i^*}.$$

Poichè ci sono dei valori ripetuti è comunque consigliabile calcolare l'indice  $G^*$  in questo caso. Facendo i conti risulta che  $G = 0.31$  e  $G^* = 0.28$  quindi esiste bassa concentrazione del carattere, siamo cioè più vicini ad una situazione di equiripartizione che non ad una situazione di massima concentrazione del carattere.

Notiamo che i due valori  $R$  ed  $R^*$  sono diversi mentre le corrispondenti spezzate di concentrazione calcolate usando le coordinate  $(P_i, Q_i)$  o  $(P_i^*, Q_i^*)$  sarebbero state identiche.

2. In percentuale, quanti impiegati lavorano nel 50% delle aziende con minor numero di impiegati?

**RISPOSTA:** il 50/170 per cento (cioè il 29 %) degli impiegati lavorano nel 50% delle aziende con minor numero di impiegati. Per rispondere a questa domanda occorre trovare l'ordinata del punto sulla spezzata di concentrazione che ha come ascissa il valore 0.5.

3. Scrivete la distribuzione delle frequenze nel caso di massima concentrazione.

**RISPOSTA:** Nel caso di massima concentrazione la distribuzione delle frequenze del carattere  $X$  sarebbe stata la seguente:

$$X = \begin{cases} 0 & 170 \\ \frac{7}{8} & \frac{1}{8} \end{cases}$$

Cioè 7 imprese su 8 non hanno nessun impiegato mentre un'impresa ha assunti tutti i 170 impiegati.