Esercizi per il corso di Statistica Inferenziale

Elisabetta Busignani

31 ottobre 2006

1)

Col proposito di studiare le abitudini di una collettività, sono state intervistate 100 persone delle quali 20 hanno dichiarato di non fumare, mentre per le restanti 80 si è rilevato il numero di sigarette fumate il giorno precedente. Nel complesso i fumatori hanno fumato 500 sigarette. Inoltre dal campione estratto di 100 individui si è ottenuta la stima di $\overline{S}^2$ = 50.

Verificare al livello di α = 0,05 se il numero medio di sigarette fumate al giorno da ogni persona sia pari a 4, contro un'ipotesi alternativa di tipo bidimensionale, nell'ipotesi che il numero di sigarette fumate sia distribuito secondo una normale di media μ e varianza σ^2.

Sol:

$n = 100$ $\quad \overline{S}^2 = 50$ $\quad \overline{X} = \frac{500}{100} = 5$ $\quad X \sim N(\mu, \sigma^2)$ $\quad \alpha = 0{,}05$

Le ipotesi sono:

$H_0 : \mu = 4$

$H_1 : \mu \neq 4$

$$T_{oss} = \frac{\overline{X} - \mu}{S / \sqrt{n}} \sim T_{(n-1)}$$

Ricordiamo che al crescere dei gradi di libertà la distribuzione T di Student tende ad avvicinarsi sempre di più ad una distribuzione normale e per $n \to \infty$ la distribuzione T di Student è una normale;

sotto H_0 quando n è sufficientemente grande cioè (n≥50) si utilizza la statistica test

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu}{S / \sqrt{n}}$$

Dobbiamo quindi vedere i valori sulle tavole della normale standardizzata.

La probabilità α deve essere divisa in due $\frac{\alpha}{2}$ per scostamenti a desta e scostamenti a sinistra.

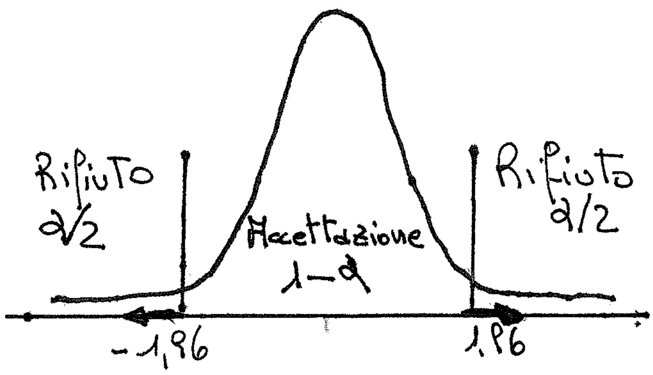
Il valore che accetteremo sarà: P $\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} < T < +z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1 - \alpha$

Se il valore cade nell'intervallo indicato accettiamo l'ipotesi H_0; contrariamente si rifiuta.

P $\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} < T < +z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 0{,}95$

$$-1{,}96 < \frac{5-4}{\sqrt{\frac{50}{100}}} < +1{,}96$$

$$-1{,}96 < 1{,}41 < +1{,}96$$



Il valore 1,41 cade nella regione indicata, per cui accetto l'ipotesi H_0: $\mu = 4$

2)

Nel passato una macchina ha prodotto rondelle aventi uno spessore di 0,050 pollici. Per determinare se la macchina sia ancora a punto, viene estratto un campione di 10 rondelle, il cui spessore medio è di 0,053 pollici ed il cui scarto quadratico medio è di 0,003 pollici. Provate l'ipotesi che la macchina sia as punto usando un livello di significatività *a)* dello 0,05, *b)* dello 0,01.

Sol:

n = 10   S = 0,003 $\overline{X}$ = 0,053   μ = 0,050

le ipotesi sono:

H_0: μ = 0,050 la macchina è a punto

H_1: μ ≠0,050 la macchina non è a punto

Così che bisogna ricorrere ad un test a due code.

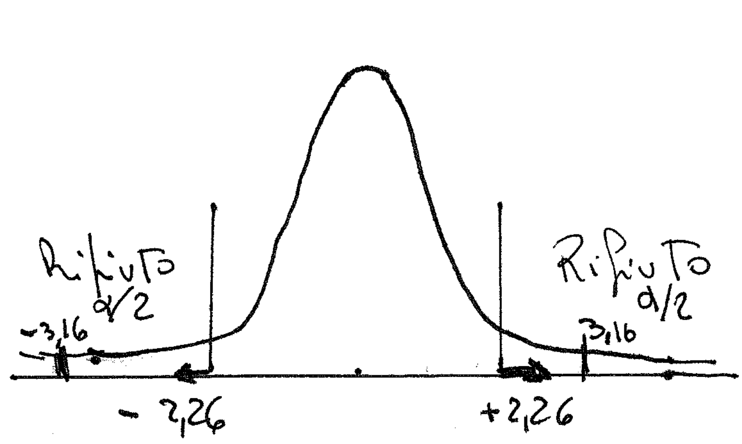
Sotto l'ipotesi H_0 abbiamo:

$$T = \frac{\overline{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} = \frac{0{,}053 - 0{,}0{,}050}{\frac{0{,}003}{\sqrt{10}}} = 3{,}162$$

a) Per un test a due code al livello di significatività dello 0,05 adottiamo la regola di decisione:

   1. Accettiamo H_0 se t è compreso nell'intervallo definito dagli estremi - $t_{0,975}$ e + $t_{0,975}$ per 10 1=9 gradi di libertà; altrimenti si rifiuta H_0.

- 2,26 < T < + 2,26

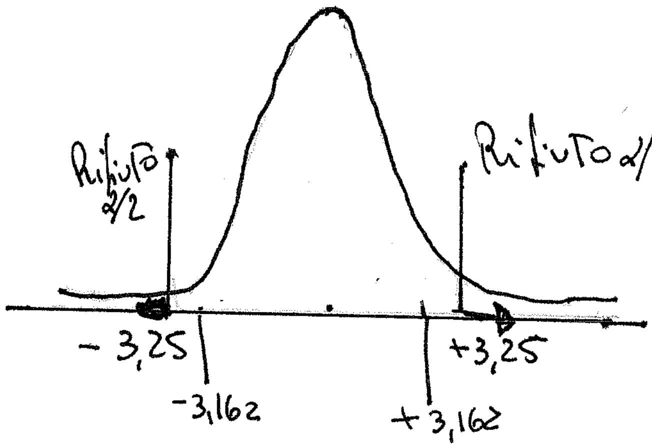


Dato che t = 3,162, quindi cade al di fuori della regione di accettazione, rifiutiamo H_0 al livello di significatività dello 0,05.

b) Per un test a due code al livello di significatività dello 0,01, adottiamo la seguente regola di decisione:

1. Accettiamo H_0 se t è compreso fra gli estremi $-t_{0,995}$ e $+t_{0,995}$, per $10-1=9$ gradi di libertà; altrimenti si rifiuta H_0.

$$-3{,}25 < T < +3{,}25$$



Dato che t = 3,162, quindi è nella regione di accettazione, accettiamo H_0 al livello di significatività dello 0,01.

Poiché possiamo rifiutare H_0 al livello dello 0,05, ma non al livello dello 0,01, possiamo dire che il risultato è probabilmente significativo; sarebbe quindi consigliabile registrare la macchina, o almeno estrarre un altro campione.