

**Esame di prova
(solo per la parte di esercizi)**

1) Si consideri la seguente variabile aleatoria discreta con distribuzione

$$p(x; \theta) = \begin{cases} -2 & -1 & 0 & 3 \\ \frac{\theta}{4} & \frac{\theta}{6} & \frac{\theta}{3} & 1 - \frac{3\theta}{4} \end{cases} \quad (1)$$

con $\theta \in (0, \frac{4}{3})$.

Sia X_1, \dots, X_n un campione casuale semplice estratto dalla distribuzione di X .

- a) Definire il dominio (campo di variazione) di θ .
- b) Ottenere uno stimatore per θ utilizzando il metodo dei momenti.
- c) Dire se lo stimatore ottenuto nel punto b) è non distorto, giustificando la risposta.
- d) Calcolare l'errore quadratico medio dello stimatore ottenuto al punto b).
- e) Dire, giustificando la risposta, se lo stimatore è consistente.

2) Si consideri il seguente campione casuale semplice estratto da una popolazione normale di media μ e varianza σ^2 :

-1.28	-2.15	0.32	-0.87	-1.30	0.14	-0.92
0.56	-1.47	2.12	2.45	1.23	0.09	4.3

- a) Si verifichi l'ipotesi $H_0 : \mu = 0$ contro $H_1 : \mu \neq 0$ al livello $1 - \alpha = 0.99$.
- b) Si verifichi l'ipotesi $H_0 : \mu \leq 0$ contro $H_1 : \mu > 0$ al livello $1 - \alpha = 0.9$.

3) Si considerino i seguenti due campioni A e B

A: 29.3 30.3 33.1 31.9 35.3 35.8 27.7 30.5 32.4 32.5 43.3 35.0

B: 36.5 32.9 33.6 41.1 37.9 30.6 32.5 38.9 35.6 35.7

estratti, rispettivamente, da una popolazione $N(\mu_A, \sigma_A^2)$ e $N(\mu_B, \sigma_B^2)$.

- a) Si costruisca l'intervallo di confidenza per la differenza delle 2 medie $\mu_A - \mu_B$ di livello $1 - \alpha = 0.98$.
- b) Si consideri il campione C ottenuto dall'unione dei due campioni A e B e si costruisca l'intervallo di confidenza di livello $1 - \alpha = 0.9$ per la media μ della popolazione normale $N(\mu, \sigma^2)$ che ha generato l'intero campione C .

4) Si studia un nuovo test per verificare il contagio di una malattia. Si assuma che la proporzione di malati sull'intera popolazione sia del 0.1%, cioè, ogni mille persone, 1 ha contratto la malattia.

Definiamo gli eventi

$H = \{\text{una persona ha contratto la malattia}\}$

$T^+ = \{\text{il test risulta positivo}\}$

$T^- = \{\text{il test risulta negativo}\}$

con le seguenti probabilità $\Pr[T^+|H] = 0.95$ e $\Pr[T^-|H^c] = 0.98$.

- a) Calcolare la probabilità che una persona risulti positiva al test.
- b) Calcolare la probabilità che una persona abbia contratto la malattia se risulta positiva al test.
- c) Calcolare la probabilità che una persona non abbia contratto la malattia se risulta negativa al test.
- d) Si abbia un campione di 1000 persone. Qual è la probabilità che ci siano almeno 2 e non più di 4 persone che abbiano contratto la malattia?