*Andrea Uselli*

# Economia del mercato mobiliare A

*Università degli Studi dell'Insubria, Facoltà di Economia*
*Esercitazioni a.a. 2011/12 – I semestre*
*Varese, novembre/dicembre 2011*

## Dispensa per le esercitazioni

***Parte I – Note introduttive***
***Valutazione degli strumenti di debito e azionari***

*Il contenuto della dispensa è ad uso esclusivo degli studenti del corso di Economia del mercato mobiliare A per l'a.a. 2011/12. Ogni riproduzione e/o diffusione a terzi è vietata.*

*La presente dispensa si propone di costituire una guida (spero utile) ai fini della partecipazione alle esercitazioni e della comprensione degli argomenti affrontati durante le stesse.*

*Invito gli studenti a fornire suggerimenti critici per il miglioramento dei contenuti trattati nella dispensa e nelle esercitazioni, nonché a segnalare eventuali errori riscontrati nel testo.*

Docente responsabile del corso:
Prof.ssa Cristiana Schena (cristiana.schena@uninsubria.it)
Pagina web: http://eco.uninsubria.it/Webdocenti/cschena/cschena.html

Collaboratori:
Dott. Andrea Uselli (andrea.uselli@uninsubria.it)
*Orario di ricevimento:* *lunedì ore 16.00 - 17.00; studio n° 20, I piano Dipartimento di Economia, Via Monte Generoso, 71*
*Pagina web:* *http://eco.uninsubria.it/Webdocenti/auselli*
Dott.ssa Alessandra Tanda (alessandra.tanda@unicatt.it)

# Indice

**1. Attività e contratti finanziari: un richiamo..... pag. 1**

**2. Le caratteristiche tecniche degli strumenti finanziari .....1**

***2.1 Elementi distintivi delle attività e degli strumenti finanziari.....2***

***2.2 Il concetto di rischio .....2***

***2.3 Il concetto di rendimento di uno strumento finanziario.....4***

**3. La valutazione delle attività finanziarie: una formula generale.....5**

**4. Gli strumenti di debito .....6**

***4.1 Il rendimento immediato .....8***

***4.2 Il rendimento ex ante/effettivo a scadenza .....8***

**5. La struttura a termine dei tassi e il rischio di tasso.....13**

***5.1 La struttura dei rendimenti per scadenza (yield curve) .....13***

***5.2 Le teorie che spiegano la forma della yield curve.....16***

***5.3 La duration .....17***

**6. I titoli azionari: elementi di teoria e modelli di valutazione .....19**

***6.1 Elementi di valutazione delle azioni.....21***

***6.2 Le operazioni di aumento del capitale sociale .....23***

**Bibliografia.....27**

**Esercizi da svolgere su obbligazioni e azioni.....28**

# 1. Attività e contratti finanziari: un richiamo

In generale, si definisce attività finanziaria un rapporto contrattuale in cui le prestazioni delle controparti sono espresse in moneta e differenziate nel tempo; tali valori – a differenza di quanto accade per le attività reali – compaiono nel bilancio di due operatori, che non necessariamente sono due intermediari finanziari. I contratti finanziari si distinguono dagli altri contratti per:

- **oggetto** della transazione, che si presenta in termini di potere d'acquisto;
- **prestazione** di una parte traslata (differita) nel **tempo**, ovvero prestazioni non contemporanee;
- scambio di denaro con **promesse** "di fare" o "di dare/consegnare";
- scambi realizzati a titolo **oneroso**.

Comunemente individuano una pluralità di tipologie contrattuali, cui si possono associare rischi di natura differente. I principali **archetipi** di contratto finanziario sono quattro:

a. di indebitamento (rischio di credito);
b. di partecipazione (condivisione rischio di impresa);
c. di assicurazione (traslazione di rischi legati al patrimonio o alla persona);
d. contratti derivati (traslazione di rischi finanziari).

Gli strumenti finanziari (SF) costituiscono un "sottoinsieme" delle attività finanziarie, limitandosi a quella porzione di attività finanziarie che possono essere vendute/collocate e negoziate/scambiate sui mercati (regolamentati o meno). Sono quindi escluse dal novero degli strumenti finanziarie le attività non negoziabili (ad esempio un mutuo).

Coerentemente con gli archetipi di contratti finanziari, si è soliti distinguere gli strumenti del mercato finanziario in:

- **strumenti di debito**: strumenti di mercato monetario ed obbligazioni;
- **strumenti di capitale** (azionari);
- **strumenti derivati**[1].

# 2. Le caratteristiche tecniche degli strumenti finanziari

In questo paragrafo ci proponiamo di individuare e commentare sinteticamente gli elementi distintivi degli strumenti finanziari, al fine di comprendere quali siano le caratteristiche tecnico-economiche necessarie ai fini della loro valutazione e, in termini più generali, gli elementi che dovrebbero essere presi in considerazione da un investitore nelle sue decisioni di investimento. Questo passaggio è infine utile per chiarire i modelli matematici e gli algoritmi di calcolo necessari per la valutazione degli strumenti finanziari (calcolo del prezzo, stima del rendimento atteso, valutazione del rischio, ecc.).

[1] Le problematiche di funzionamento e di valutazione degli strumenti derivati, per quanto richiesto nel programma di Economia del mercato mobiliare A, sono discusse nella seconda parte della dispensa.

### *2.1 Elementi distintivi delle attività e degli strumenti finanziari*

1. Natura dell'emittente: rischio di credito in base alla diversa tipologia e *standing* dell'emittente, eventualmente espresso dal *rating*.
2. Valuta di denominazione: rischio di cambio.
3. Scadenza: la durata contrattuale può essere: *a)* determinata, con eventuale opzione di rimborso anticipato (es. riacquisto delle obbligazioni da parte dell'emittente); *b)* indeterminata (es. azioni, strumenti ibridi di patrimonializzazione, ma anche titoli obbligazionari di tipo "irredimibile");
4. Modalità di emissione: tramite offerta al pubblico; collocamento privato (investitori istituzionali); a fermo, con consorzio; meccanismi d'asta per titoli di Stato;
5. Modalità di esecuzione delle prestazioni: in termini di rimborso (in unica soluzione alla scadenza, *callable*/anticipato a scadenze predefinite o *putable*/a richiesta del sottoscrittore, in base all'evoluzione delle condizioni del mercato e di remunerazione. Con riferimento al rendimento dei titoli di debito, esso è definito da una remunerazione periodica in base ad un tasso *i* nominale/cedolare, di tipo fisso o variabile/indicizzato (*floater*), legato all'andamento di uno o più parametri di indicizzazione. Per i titoli azionari, viceversa, la remunerazione è misurata dai dividendi e dall'eventuale *capital gain*, quali forme di remunerazione variabile. Come è noto, i primi derivano dalla sussistenza di un utile netto d'esercizio e da una delibera assembleare che ne autorizza la distribuzione, i secondi dalle plusvalenze conseguenti alla negoziazione dei titoli, frutto di un andamento favorevole dei prezzi (guadagni in c/capitale).
6. Trattamento fiscale: elemento importante ai fini della determinazione del rendimento netto per l'investitore. Distinguiamo tra *a)* tassazione diretta: imposta su redditi prodotti/percepiti (interessi, dividendi, *capital gain*); *b)* tassazione indiretta: imposta di bollo e di successione su trasferimenti di proprietà (ad es. titoli di Stato esenti da imposta di successione). In termini più generali si deve tenere conto che la tassazione è differenziata per tipologia di strumento e di percettore.
7. Liquidità e negoziabilità, legate ai rischi e alle opportunità (o meno) di smobilizzo degli strumenti finanziari detenuti.

### *2.2 Il concetto di rischio*

Il rischio è connaturato a qualsiasi attività o strumento finanziario, in quanto caratterizzato da una prestazione futura e, pertanto, incerta. Il rischio è individuato dalla "differenza" tra rendimento atteso e rendimento effettivo (che potrà essere determinato solo *ex post*, a conclusione del progetto di investimento). Nella accezione che a noi interessa il rischio è quindi inteso come variabilità e volatilità del rendimento atteso. Questa, tuttavia, non è l'unica accezione di rischio che si può impiegare, né è necessariamente la migliore e la più completa. Si pensi, ad esempio, al *beta* di un titolo o di un portafoglio di titoli rischiosi, che stima la sensibilità di un titolo o di un portafoglio al variare delle condizioni di mercato, ma anche a tutte le misure di performance correlate/corrette per il rischio che si impiegano nella valutazione delle performance dei prodotti del risparmio gestito (l'indice di Sharpe è probabilmente la misura più nota).

Come è noto, riprendendo alcuni concetti che dovrebbero essere stati appresi nel corso di Statistica, la volatilità coincide con la dispersione dei rendimenti rispetto alla media e può quindi essere misurata con lo scarto quadratico medio (deviazione standard).

In termini generali, con riferimento agli strumenti finanziari si tende a tenere distinti i due seguenti concetti:

- ♦ rischio speculativo, misurato dall'oscillazione dei prezzi/tassi di mercato; può essere eliminato o ridotto con operazioni e strumenti di copertura (*hedging*); è un rischio simmetrico, che può risultare a favore o a sfavore, in quanto può condurre ad opportunità di guadagno e di perdita (*upside* e *downside risk* della distribuzione);
- ♦ rischio puro o "non diversificabile": riguarda la persona o il patrimonio e non è esclusivo dei mercati e degli strumenti finanziari (si pensi a un evento di furto o al rischio di essere coinvolti in un incidente); tale fattispecie non può essere eliminata o neutralizzata con contratti di segno opposto ed è sempre a sfavore (si analizza e si misura solo il lato *downside risk* della distribuzione).

Particolari configurazioni di rischio si applicano ai diversi strumenti finanziari. Ad esempio, con riferimento ai titoli obbligazionari è possibile evidenziare (almeno) le seguenti configurazioni di rischio:

- rischio emittente, in termini di incapacità – da parte dell'emittente, appunto – di far fronte agli impegni assunti;
- rischio di cambio;
- rischio di liquidità del mercato, legato alle difficoltà di smobilizzo anticipato, condizionate a sua volta dalla presenza o meno di un mercato secondario efficiente;
- rischio monetario o di inflazione, legate alla variazione del livello assoluto dei prezzi, espressione del potere d'acquisto;
- rischio di reinvestimento: le condizioni alle quali è possibile reinvestire le cedole periodiche (se presenti) influenzano il rendimento effettivo ex post delle somme originariamente investite;
- rischio di interesse o di prezzo, importante sia per i titoli provvisti di cedole periodiche sia per gli *zero coupon*.

Per quanto interessa ai nostri fini, nell'ottica della valutazione del prezzo e del rendimento di uno strumento di investimento (e, quindi, sostanzialmente, della valutazione della convenienza di un investimento), la fattispecie di rischio probabilmente più interessante è il rischio di interesse o di prezzo. Le variazioni dei tassi di interesse modificano il prezzo (da intendersi nel senso di prezzo corrente, ovvero valore attuale) al quale lo strumento finanziario può essere liquidato prima della scadenza, ovvero scambiato sul mercato. E' quindi importante capire la direzione e l'intensità di questa relazione prezzi/tassi di interesse. La relazione è inversa ed in particolare:

- ♦ se il titolo non è detenuto sino alla scadenza, il rischio di una riduzione delle quotazioni di vendita del titolo si manifesta per effetto di variazioni al rialzo dei tassi di mercato;
- ♦ se il titolo è detenuto sino alla scadenza, si riscontra un mancato guadagno in caso di rialzo dei tassi di mercato su strumenti analoghi, derivante dalla non ricomposizione del proprio portafoglio.

Anche per le azioni il rendimento è determinato dalla variabilità e volatilità del risultato atteso (dividendi e *capital gain*), facendo quindi riferimento – essenzialmente – ad un profilo di rischio di mercato. Tali oscillazioni modificano i flussi di cassa attesi e, quindi, il rendimento atteso dall'investitore. A proposito dei titoli azionari, inoltre, è opportuno distinguere anche le seguenti "tipologie" di rischio:

- diversificabile, a sua volta articolato in *a)* rischio specifico, legato alla *performance* dell'emittente; *b)* di settore, legato all'andamento del settore economico di appartenenza dell'emittente;
- non diversificabile, cd. rischio di mercato o sistematico (*beta*).

### *2.3 Il concetto di rendimento di uno strumento finanziario*

Per determinare il rendimento di uno strumento finanziario – sia esso di natura obbligazionaria o azionaria o di tipo derivato – ci si può riferire a più modelli di calcolo. L'approccio più diffuso e valido in generale si fonda su una logica di valutazione gli strumenti finanziari basata sull'attualizzazione dei flussi di cassa (*discounted cash-flow*, DCF): il valore di uno strumento è determinato in funzione dell'utilità futura (flussi di cassa futuri) che derivano all'investitore per il fatto di detenere un titolo. In altri termini, il rendimento di un titolo è dato dall'incasso dei futuri flussi di cassa che vanno a "compensare" e "recuperare" il costo iniziale sostenuto – prezzo pagato – per acquistare il titolo.

Come detto, il metodo DCF è un approccio generale alla valutazione degli strumenti finanziari e prevede, come vedremo, l'individuazione di algoritmi di calcolo *ad hoc* a seconda che ci si riferisca ad un titolo obbligazionario o a un'azione.

Fin da subito specifichiamo però che la sua adozione passa per la valutazione di una pluralità di componenti, relative alle caratteristiche tecniche e finanziari dello strumento finanziario oggetto di analisi:

a) il costo iniziale (prezzo, valore attuale) oggi richiesto per effettuare l'investimento, ovvero sottoscrivere/acquistare il titolo;
b) la quantificazione dei flussi di cassa successivo al primo (prezzo/valore attuale), generati dall'attività finanziaria durante il periodo di detenzione del titolo stesso (cd. *holding period*);
c) il valore temporale del denaro (potere d'acquisto), espresso dal tasso di interesse, funzione delle preferenze intertemporali di consumo, del livello di inflazione e del rischio; in altri termini, si tratta di un *costo opportunità*, ovvero del livello di rendimento richiesto dal mercato e ritenuto "corretto" per un dato investimento, in funzione della sua rischiosità stimata/attesa;
d) la durata dell'investimento.

**Alcuni pre-requisiti: i regimi di capitalizzazione e i tassi equivalenti**

Ci sembra necessario definire fin da subito una serie di concetti ed una simbologia di uso comune, per costituire una "cassetta degli attrezzi" minima al fine di applicare formule e modelli di valutazione agli strumenti finanziari.

***Riquadro 1 – Definizioni e simbologia***

Con riferimento ad un generico investimento di natura finanziaria, il montante *M* indica il valore della somma disponibile a scadenza; il capitale *C* è il valore disponibile oggi, ovvero è il valore attuale *VA* di *M*. Per passare da *C* a *M* si effettua una capitalizzazione (in senso contrario: attualizzazione).
Le regole della capitalizzazione ci consentono di scrivere $M = C \times f(t)$ oppure $M = f(C,t)$, in cui l'espressione *f(C,t)* è detta legge finanziaria di capitalizzazione e gode – come è noto – delle seguenti proprietà:
1) *f(C,t)* è definita per C≥0 e t≥0
2) *f(C=0,t)* è = 0… ovvio!
3) *f(C,t=0)* è = C… ovvio!
4) dati $C_2 \geq C_1 > 0$, $f(C_2,t) \geq f(C_1,t)$
5) dati $t_2 \geq t_1$, $f(C,t_2) \geq f(C,t_1)$

**I tre regimi di capitalizzazione**

Nella capitalizzazione semplice (c.s.), gli interessi sono proporzionali al capitale e al tempo. Nella valutazione degli SF, si usa la c.s. per calcolare la cedola periodica (es. semestrale) di un BTP, posto C = 100 (si ragiona in termini di punti base, ma non ci sarebbe alcuna differenza se usassimo un'unità monetaria) e sulla base del tasso di interesse nominale/facciale. Con la capitalizzazione composta (c.c.), al termine di ogni periodo di capitalizzazione gli interessi maturati vanno ad aggiungersi al C iniziale e a loro volta nei periodi successivi produrranno interessi. Vi è quindi una logica esponenziale e non lineare nella formula che lega capitale, tempo e tasso di interesse: $M = C(1+i)^t$.
Le applicazioni della c.c. sono numerose: si pensi alla valutazione di un BTP (titolo pluriennale), ai calcoli intermedi per la stima della *duration* di un titolo a reddito fisso, per il calcolo dei tassi di rendimento di uno *zero coupon*, per il calcolo dei tassi *spot* e *forward*.
Il terzo regime, la capitalizzazione continua, non è che un'estensione del regime della c.c., in cui la frequenza di capitalizzazione tende ad infinito, ovvero – come si usa più comunemente dire – gli interessi vengono capitalizzati nel continuo. La capitalizzazione degli interessi avviene pertanto *per ogni istante infinitamente piccolo*.

Possiamo quindi scrivere $M = C \times e^{it}$, dove *e* è il cd. *numero di Nepero* (pari a 2,7182818…).
La capitalizzazione continua è la logica fondamentale di capitalizzazione con riferimento alla valutazione dei derivati.

**I tassi equivalenti**

Due tassi si dicono equivalenti se applicati al medesimo capitale *C* per un'identica durata producono lo stesso montante *M* a scadenza. Vediamo come si applica nei regimi di capitalizzazione semplice e composta:
- in c.s. ci ricordiamo che vale la regola della proporzionalità; se *k* è il n° di periodi infrannuali, allora il *tasso* $i_k$ è dato da $i/k$ dove *i* = tasso annuo;
- in c.c. occorre ricordarsi che la logica della relazione è esponenziale; vale pertanto $(1+i_k)^k = (1+i)$ e $\sqrt[k]{(1+i)} - 1 = i_k$.

## 3. La valutazione delle attività finanziarie: una formula generale

Con gli esercizi che verranno svolti nel seguito cercheremo di capire quali elementi entrano in gioco nella valutazione degli strumenti finanziari, per rispondere a domande come le seguenti: *"Cosa si intende per valore attuale/prezzo di uno strumento finanziario?"*, *"Dati due strumenti finanziari A e B, quale è più conveniente acquistare?"*, "*Perché lo spread bund/BTP deriva da un maggior rischio sovrano attribuibile al Paese Italia?*", "*Ogni quanto si modificano i tassi di interesse?*", "*A quali tassi si finanziano (con capitale proprio o di terzi) le imprese?*", ecc.

Fondamentale è il concetto di valore attuale (*VA*), che esprime il valore ad oggi (*tempo 0*) dei flussi di cassa futuri che caratterizzano un'operazione finanziaria, tenuto conto delle scadenze temporali di tali flussi e del tasso di interesse di attualizzazione (cd. valore finanziario del tempo).

Il *VA* può essere espresso con la seguente formula: $P = \sum_{t=1}^{N} \frac{E(FC_t)}{(1+r_t)^t}$, in cui indichiamo con $E(FC_t)$ il valore atteso dei flussi futuri. Il *VA* così calcolato è un segnale per un potenziale acquirente, esprimendo un valore finanziariamente equo.

Il valore attuale/prezzo rappresenta quindi l'attualizzazione dei futuri *cash-flow*. Vediamo ora come si legano tra loro queste variabili e il tasso di rendimento dei titoli finanziari.

La formula sopra descritta è una formula generale per la valutazione dei titoli di debito, con cedole o meno (*zero coupon*), a tasso fisso o variabile/indicizzato (*floater*): identici sono, infatti, seppur con una "intensità" differente, i parametri e le variabili oggetto di valutazione (li ribadiamo: flussi di cassa che l'investitore deve attualizzare; periodo sul quale effettuare l'attualizzazione dei flussi di cassa; tasso di mercato richiesto dall'investitore, che incorpora – di solito – una misura del premio al rischio ritenuta equa in funzione delle caratteristiche dell'emittente).

La stessa formula, tuttavia, si impiega anche per valutare i titoli azionari: i flussi di cassa attesi, come vedremo, sono i dividendi, stimati su un certo orizzonte temporale *t*, mentre il tasso di rendimento/di attualizzazione a denominatore esprime il costo medio del capitale di rischio per l'impresa, ovvero il tasso di rendimento richiesto dagli azionisti per sottoscrivere quote di partecipazione nell'impresa, accettando e partecipando al rischio imprenditoriale.

## 4. Gli strumenti di debito

Con il termine obbligazioni ci si riferisce essenzialmente a:

- titoli di Stato (BOT, CTZ, BTP, BTPi e CCT) o altre emissioni governative, anche di Stati esteri;
- obbligazioni emesse da enti sovranazionali, quali la BEI o la Banca Mondiale;
- titoli obbligazionari emessi da emittenti privati, cd. *corporate bond* (emesse da imprese finanziarie e non finanziarie). Ne sono esempi le obbligazioni emesse dalle banche (Mediobanca, Intesa SanPaolo, RBS, …) o da imprese industriali (es. UniCredit, Telecom Italia, Enel, ENI, Fiat, …).

Gli strumenti obbligazionari sono titoli complessi: l'investitore con l'acquista e la detenzione del titolo matura due diritti: *a)* un diritto principale alla restituzione del capitale, il cd. *mantello* (il possessore vanta quindi un credito nei confronti dell'emittente), *b)* i diritti accessori, legati all'eventuale pagamento di cedole di interesse periodiche, espressione della remunerazione che l'emittente riconosce agli investitori.

Ai fini della valutazione di una obbligazione, sono di rilievo le caratteristiche tecniche dello strumento, quali:

- il valore nominale;
- il taglio minimo;
- il tasso nominale/cedolare, fisso per tutta la durata del prestito o variabile (con meccanismi di variazione predeterminati o di indicizzazione);
- le modalità di estinzione: *a)* ordinarie, alla scadenza o mediante rimborso progressivo che, a sua volta, può avvenire per sorteggio dei titoli da rimborsare o per riduzione *pro quota* del valore nominale, *b)* straordinarie, ovvero rimborso anticipato mediante acquisto sul mercato delle obbligazioni da parte dell'emittente;
- la durata: le clausole per definire la durata minima, media e massima sono legate in particolare alle modalità di estinzione del prestito;
- il prezzo/valore di rimborso.

Sintetizziamo nel prospetto seguente i frutti conseguenti dagli investimenti in titoli obbligazionari.

| Componenti certe (nel quantum) | Componenti aleatorie (nel quantum) |
|---|---|
| Frutti prodotti, sotto forma di cedole, dalle obbligazioni a tasso fisso | Frutti prodotti, sotto forma di cedole, dalle obbligazioni a tasso variabile |
| Premio di rimborso in c/capitale da obbligazioni non indicizzate, acquistate sotto la pari e detenute sino alla scadenza/rimborso | Frutti prodotti dal reinvestimento delle cedole periodiche |
| | Guadagni/perdite in c/capitale, dati dalle differenze tra prezzi in acquisto e vendita, in caso di smobilizzo anticipato |
| | Guadagni/perdite in c/capitale, riconducibili alle differenze di cambio (titoli in valuta) |

***Fonte**: Fabrizi P.L., L'economia del mercato mobiliare, Egea, Milano, 2003, pag. 29.*

E' opportuno un accenno circa il funzionamento del meccanismo di indicizzazione: l'obiettivo di tale meccanismo è la realizzazione dell'adeguamento del valore delle cedole e del prestito (e quindi dei flussi di cassa futuri) alle variazioni di uno o più parametri, con la finalità di limitare gli effetti delle variazioni di prezzo imputabili alle variazioni dei tassi. In funzione dei parametri di riferimento, l'indicizzazione può essere di natura:

- finanziaria (ad es. valore del tasso Euribor a 3 mesi rilevato il giorno di stacco della cedola);
- valutaria (ad es. variazioni del tasso di cambio €/sterlina);
- reale, legata all'andamento e alle variazioni nei prezzi riferiti all'economia produttiva (indici generali) oppure ad uno o più mercati, singolarmente considerati, di beni, merci o servizi (indici specifici). Ad esempio: l'andamento del PIL europeo, il livello dell'inflazione nell'area euro per il BTPi, ecc.

In relazione al procedimento con cui i parametri vengono agganciati al capitale e/o agli interessi, si parla di indicizzazione completa/piena oppure parziale, a seconda di quanta parte del flusso di cassa sia indicizzata.

### *4.1 Il rendimento immediato*

Si definisce **tasso di rendimento immediato** (TRIMM) una particolare configurazione di tasso che tiene conto solo dell'ammontare della cedola in corso, rapportata al corso secco (prezzo): $TRIMM = \frac{cedola}{P} \times 100$. E' un'indicazione di per sé poco significativa, in quanto tiene conto solo della cedola corso e non "coinvolge" nel calcolo del rendimento il valore delle cedole future.

### *4.2 Il rendimento ex ante/effettivo a scadenza*

Questa configurazione di rendimento ci consente di determinare il tasso interno di rendimento del progetto di investimento, definito come quel tasso *r* (tasso di rendimento effettivo a scad*enza* o *yield to maturity*, YTM), quale tasso che eguaglia il valore attuale dei flussi di pagamenti futuri alla somma investita.

Nel caso dei titoli obbligazionari *zero coupon* (titoli che non pagano cedole periodiche ma garantiscono un unico flusso in entrata a scadenza, il rimborso del capitale), il

calcolo del rendimento ex ante applicato ai titoli è molto semplice. Dobbiamo però distinguere due casi, in ragione del regime di capitalizzazione impiegato:

- in capitalizzazione semplice (possiamo applicare tale formula nel caso in cui la durata all'emissione o la durata residua dello *zero coupon* sia non superiore all'anno e si tratti di uno strumento di mercato monetario, come ad esempio il BOT). Dalla relazione tra capitale e montante nota dalla matematica finanziaria, $VR = P_0(1+rt)$, si ottiene $r = \frac{VR - P_0}{P_0 \times t}$;
- in capitalizzazione composta: $P_0 = \frac{VR}{(1+r)^n}$, da cui: $r = \sqrt[n]{VR/P_0} - 1$

  dove: $P_0$ = prezzo del titolo; $VR$ = valore di rimborso o di vendita; $n$ = periodo di detenzione (al limite: durata dello *zero coupon*).

Il rendimento *ex ante* è pertanto il tasso che uguaglia il flusso futuro relativo al rimborso del capitale ($VR$) alla somma investita ($P_0$), uguaglianza che si realizza con un'operazione di attualizzazione. In altri termini VR e $P_0$ sono resi "finanziariamente equivalenti" mediante una semplice operazione di attualizzazione/capitalizzazione, in cui l'unica variabile incognita della formula è proprio il tasso $r$ ricercato.

Un titolo *zero coupon* è soggetto al solo rischio di prezzo (andamento avverso delle quotazioni nel periodo di detenzione del titolo) e non al rischio di reinvestimento, questo perché non esistendo flussi intermedi – non ci sono cedole – non vi sono flussi da reinvestire. Evidentemente se lo *zero coupon* fosse emesso in una valuta estera occorrerebbe aggiungere anche la fattispecie del rischio di cambio. Inoltre, nel caso di strumento non quotato o su un mercato caratterizzato da scambi sottili, occorrerebbe riflettere anche sulla fattispecie del rischio di liquidità dello strumento stesso.

Come vedremo, invece, i titoli con cedola sono soggetti al rischio di reinvestimento dei flussi intermedi, tale per cui il rendimento effettivo realizzato *ex post* può risultare differente dal rendimento *ex ante* (YTM).

***Esempio 1***

BOT | BTP | CTZ | CCT | DomesticMOT | EuroMOT

**BOT - Quotazioni**

Pagina | 1

| | Codice Isin | Emittente | Nome | Cedola | Scadenza | Valuta | Prezzo Acquisto | Prezzo Vendita | Scheda |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | IT0004776149 | Ministero Dell'Economia E Delle Finanze | Bot-15Nv12 A Zc | | 15/11/12 | EUR | 94,751 | 94,782 | |
| | IT0004765613 | Ministero Dell'Economia E Delle Finanze | Bot-15Ot12 A Zc | | 15/10/12 | EUR | 95,16 | 95,29 | |
| | IT0004755390 | Ministero Dell'Economia E Delle Finanze | Bot 14St12 A Zc | | 14/09/12 | EUR | 95,78 | 95,783 | |
| | IT0004750821 | Ministero Dell'Economia E Delle Finanze | Bot 15Ag12 A Zc | | 15/08/12 | EUR | 96,056 | 96,30 | |
| | IT0004745086 | Ministero Dell'Economia E Delle Finanze | Bot-16Lg12 A | | 16/07/12 | EUR | 96,60 | 96,702 | |
| | IT0004727142 | Ministero Dell'Economia E Delle Finanze | Bot-15Gn12 A | | 15/06/12 | EUR | 97,37 | 97,374 | |

*Si ipotizzi l'acquisto in sottoscrizione di un BOT con le seguenti caratteristiche: durata 182 giorni, prezzo 97,70 (per semplicità non consideriamo l'incidenza della ritenuta fiscale), commissioni 0,15%.*

*Calcolare il tasso di rendimento in regime di interesse semplice, rispettivamente, al lordo e al netto delle commissioni.*

*Applichiamo la prima formula sopra riportata:* $r = \frac{100 - 97,70}{97,70 \times 182/360} = 4,657\%$.

*Questo calcolo non tiene conto della componente di costo rappresentata dalle commissioni. Poiché esse determinano una riduzione del tasso di rendimento, le commissioni – calcolate sul valore nominale – vanno aggiunte al prezzo. La formula per il calcolo del rendimento si modifica nel seguente modo:*

$$r = \frac{100 - (P + comm)}{(P + comm) \times t} = \frac{100 - (97,70 + 0,15)}{(97,70 + 0,15) \times 182/360} = 4,346\%.$$

***Esempio 2***

*Si calcoli il rendimento effettivo percentuale a scadenza, in ipotesi di capitalizzazione composta, del seguente zero coupon bond: durata 5 anni; prezzo di sottoscrizione pari a 88,75; rimborso alla pari.*

*Sostituendo i dati del problema nella formula vista sopra, il prezzo/valore attuale può essere riscritto tale che:* $88,75 = \frac{100}{(1+r)^5}$. *Da questa formula possiamo ricavare r come soluzione di* $r = \sqrt[5]{\frac{100}{88,75}} - 1$ *= 2,416% annuo.*

Con riferimento al calcolo dell'YTM per titoli obbligazionari con cedole, l'algoritmo di calcolo del tasso di rendimento *ex ante* effettivo a scadenza è più complesso, in quanto si deve tenere conto delle cedole periodiche – a tasso fisso o a tasso indicizzato – che rappresentano i futuri flussi di cassa attesi durante la vita (e il possesso) del *bond*.

La valutazione e la determinazione dell'YTM può essere effettuata in qualsiasi momento della vita del titolo, dalla sua sottoscrizione/acquisto alla sua scadenza/vendita, oppure anche *ex ante* per la determinazione del tasso di rendimento e valutare la convenienza dell'investimento rispetto ad impieghi alternativi.

Al contempo, è opportuno osservare che la formula per il calcolo del rendimento effettivo *ex ante* è più agevole se la valutazione è effettuata al momento dell'emissione del titolo o in occasione dello stacco della cedola periodica. Viceversa, qualora si desideri calcolare il rendimento *ex ante* in altri momenti della vita dell'obbligazione si dovranno calcolare i giorni effettivi intercorsi dall'ultima cedola e gli interessi in maturazione (cd. rateo), nonché i giorni che intercorrono tra la data di incasso delle future cedole (o del rimborso del titolo) e la data di valutazione.

Abbiamo quindi due diverse applicazioni della medesima formula, a seconda dell'istante della valutazione.

Consideriamo anzitutto il caso in cui la valutazione avviene alla sottoscrizione del titolo, ovvero in occasione dello "stacco" di una cedola: in tal caso vale:

$$P = \sum_{t=1}^{N} \frac{C_t}{(1+i)^t} + \frac{VR}{(1+i)^N}$$

dove *N* indica la durata all'emissione o la durate residua del prestito, $C_t$ le cedole periodiche (se sono fisse $C_t = C \ \forall t \in [1, N]$ e *VR* il valore di rimborso a scadenza (di norma esso è pari al "valore nominale", ovvero alla pari).

Al contrario, nel caso in cui la valutazione del effettivo ex ante avvenga ad un'epoca diversa dal momento di stacco della cedola, è necessario tenere conto al denominatore, nel calcolo di ogni flusso attualizzato, l'intervallo di tempo che intercorre tra il momento della valutazione e la scadenza del flusso di cassa.

***Esempio 3***

*Oggi è il 15 ottobre 2008. Voglio valutare l'opportunità di acquistare il seguente BTP: cedola 5% annua, in pagamento al 1/2 e 1/8 di ogni anno, scadenza 1/8/2010. Da oggi (epoca 0) alla scadenza naturale del titolo mancano 21 mesi e mezzo e, aspetto più interessante, 4 cedole (1/2/2009, 1/8/2009, 1/2/2010 e 1/8/2010). Oggi il BTP è quotato 104. Come di determina il tasso di rendimento ex-ante?*

| Epoche | Cash-flow | gg. mancanti |
|---|---|---|
| 15/10/2008 | -P | |
| 01/02/2009 | + C1 | 109 |
| 01/08/2009 | + $C_2$ | 290 |
| 01/02/2010 | + $C_3$ | 474 |
| 01/08/2010 | + $C_4$ + VR | 655 |

$C_1$ attualizzato = $\frac{C_1}{(1+r)^{109/365}}$ +

$C_2$ attualizzato = $\frac{C_2}{(1+r)^{290/365}}$ +

$C_3$ attualizzato = $\frac{C_3}{(1+r)^{474/365}}$ +

$C_4$ + VR attualizzati = $\frac{C_4 + VR}{(1+r)^{655/365}}$ +

VALORE ATTUALE (Prezzo)

*Noto il prezzo (ad esempio determinato dall'andamento del mercato e della domanda/offerta del titolo), è possibile calcolare il rendimento atteso del titolo risolvendo la formula inversa del prezzo secondo l'algoritmo del DCF. Evidentemente è possibile una soluzione puntuale solo mediante un foglio di calcolo (Excel o simili).*

La determinazione del tasso di rendimento ex-ante si basa su due ulteriori assunzioni: *a)* il titolo viene detenuto fino alla scadenza; *b)* il reinvestimento delle cedole è effettuato ad un tasso di interesse pari al rendimento così calcolato. Ciò spiega perché, sotto queste condizioni, tale rendimento *ex ante* a volte è spesso come "rendimento effettivo *ex ante*". La condizione *b)*, peraltro, pur risultando molto comoda nelle formule, è piuttosto difficile da condividere a livello pratico, dovendosi rendere disponibile sul mercato un investimento alternativo con medesimo rendimento del titolo oggetto di valutazione.

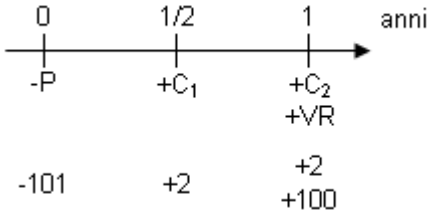
All'aumentare del prezzo, il rendimento si riduce; viceversa, il rendimento è funzione diretta dell'ammontare del tasso cedolare *i* e del valore di rimborso *VR*. La frequenza della cedola e la durata dell'investimento incidono direttamente o inversamente sulla determinazione del tasso di rendimento. Ad esempio, . In particolare: all'aumentare della durata del titolo, il rendimento aumenta (si riduce) se il titolo quota sopra la pari (sotto la pari).

***Esempio 4***

*Qual è, in regime di capitalizzazione composta, il tasso di rendimento a scadenza del seguente titolo?*

- *prezzo di mercato: 101*
- *durata: 1 anno*
- *cedola semestrale pari al 4% annuo*

*Costruiamo un asse temporale sul quale porre epoche/scadenze e flussi di cassa periodici.*




*Ovviamente,* $C_1 = C_2 = 100 \times 4\% / 2 = 2$*, visto che la cedola è pagata con periodicità semestrale (ricordatevi che in questo caso il tasso equivalente è il tasso proporzionale, cfr. supra). Devo ora trovare una relazione matematica che lega questi flussi di cassa in modo da renderli "finanziariamente equi", attribuendo al tempo il valore definito dal tasso di interesse (tasso di rendimento a scadenza), che costituisce l'incognita del problema. L'equazione di II grado che definisce l'uguaglianza tra il valore attuale (prezzo) e i flussi in entrata futuri è la seguente:*

$$101 = \frac{2}{(1+r)^{1/2}} + \frac{100+2}{(1+r)^{1}}$$

*Risolvo con* $(1+r)^{1/2} = q$ *e ottengo q = 1,0148889, da cui r = 3% annuo.*

***Esempio 5***

*Si ipotizzi di acquistare, in data 30/09/2011, un titolo caratterizzato dai seguenti elementi:*

| *godimento: 1/02 e 1/08 di ogni anno; cedola 3% annuo;* |
|---|
| *scadenza 1/08/2013; prezzo 101* |

*Calcoliamo il tasso di rendimento effettivo, sotto l'ipotesi di detenere il titolo fino alla scadenza. Come abbiamo visto, acquistando il titolo in data 30/09/2011, si dovrà pagare il rateo per gli interessi maturati dalla data dell'ultimo godimento (1° agosto), in quanto in data 1° febbraio si incasserà l'intera cedola ma è competenza dell'acquirente solamente gli interessi del periodo 30/09 – 01/02.*

*Il rateo è così calcolato:* $rateo = \frac{3}{2} \times {gg}/{184} = \frac{3}{2} \times {(30+30)}/{184} = 0{,}489$*. Il prezzo comprensivo del rateo (cd. prezzo tel quel) è quindi pari a 101,489.*

*Ai fini del calcolo del tasso di rendimento effettivo a scadenza si dovrà impostare la consueta equazione con prezzo e flussi attualizzati, tenendo conto dei giorni effettivi di calendario; in tale formula l'incognita sarà evidentemente rappresentata dal tasso di rendimento effettivo a scadenza.*

*L'equazione risultante non può essere risolta analiticamente ma solo per tentativi (con il metodo iterativo o degli zeri si ottiene in via approssimata r = 2,45%).*

# 5. La struttura a termine dei tassi e il rischio di tasso

Finora abbiamo unicamente parlato di tassi di interesse di mercato o anche di "tasso di rendimento richiesto dal mercato", come se sul mercato ne esistesse uno solo o tutti i tassi fossero noti oggi.

Evidentemente tale approccio non spiega perché diversi titoli obbligazionari presentano tassi di rendimento molto diversi tra loro, né – in una logica dinamica – siamo (ancora) in grado di spiegare cosa accade al prezzo di un *bond* quando si muovono i tassi di interesse di mercato. Cosa significa osservare o attendersi uno spostamento dei tassi di mercato? Tali spostamenti offrono opportunità di *trading* e impongono un'analisi delle scelte e dei profili gestionali legati alla composizione di portafogli di titoli di debito. Ciò si traduce, ad esempio, in termini operativi, nella valutazione delle modifiche nella rischiosità del portafoglio, del grado di "immobilizzazione" dello stesso, ovvero nella ricerca di strumenti di copertura nel caso di un andamento sfavorevole dei tassi (possiamo accettare la "normale" ipotesi economica di individui avversi al rischio[2]).

## *5.1 La struttura dei rendimenti per scadenza (yield curve)*

***Esempio 6***

*Si ipotizzi di voler investire oggi per 2 anni (in previsione dell'acquisto di un'auto nuova) la somma di 12.000 €. Avete a disposizione le seguenti alternative:*

*- la banca A offre un tasso di rendimento per un deposito a 1 anno del 2,5% e vi ha preannunciato che, sulla base delle migliori previsioni condotte dal suo Ufficio Studi l'anno prossimo i tassi subiranno una brusca impennata: la banca potrà offrire il 4% su un deposito per un ulteriore anno;*

*- la banca B invece non offre il contratto di deposito a un anno ma solo quello a due anni, riconoscendo per tale investimento un rendimento del 3,5% annuo.*

*A quale banca vi appoggiate? Calcoliamo il montante a scadenza delle due alternative: a) Banca A: 12.792 euro; b) Banca B: 12.854,70 euro. E' chiaro che l'alternativa della banca B è più conveniente ed è talmente conveniente che tutti gli investitori presenti sul mercato (senza asimmetrie informative, senza costi di transazione e di mobilità, ecc.) concorderanno sul fatto che è opportuno spostare i propri depositi dalla banca A alla banca B. Questo è però solo il nostro punto di partenza.*

Ora ci interessa capire se questa condizione può essere coerente con una situazione di equilibrio. Riprendendo l'esempio, è evidente che tutti gli investitori nelle vostre condizioni (ovvero con un *holding period* di 2 anni) non avranno dubbi nel concentrare i loro depositi nella banca B. La banca A, ovviamente, reagirà e la leva principale che

[2] Un'ampia parte della finanza è dedicata all'esame del rapporto rendimento/rischio: si pensi alla teoria del portafoglio e al Capital Asset Pricing Model (CAPM), tanto per citare due delle cose più note. Non entrando ovviamente nel merito, ci limitiamo ad osservare che le basi che cerchiamo di offrirvi in questo corso di Economia del mercato mobiliare A possono esservi utili in più campi, fra cui – ad esempio – anche quelli dell'analista finanziario e del risk manager. Un'unica annotazione ci sembra opportuna con riferimento al concetto di rischio: in generale, il concetto di rischio finanziario è un concetto neutrale, ovvero possiamo avere un cd. *upside risk* (andamento favorevole delle variabili sottostanti) e un cd. *downside risk* (andamento sfavorevole dei fattori di rischio). Mentre nel primo caso siamo contenti (è vero, abbiamo rischiato ma siamo stati premiati!), è il secondo il caso di maggiore significato, in quanto ci interessa coprirci da un'esposizione ad un andamento sfavorevole delle condizioni di mercato, tale da minimizzare o se possibile annullare le perdite.

può utilizzare è ovviamente una variazione dei tassi. Assumiamo l'ipotesi che la concorrenza tra le banche sia unicamente basata su elementi di *price competition* e che gli investitori siano sensibili alle variazioni dei tassi. Di conseguenza, alla fine i rendimenti offerti sui depositi si aggiusteranno finché le due alternative saranno perfettamente identiche, ovvero le due strategie condurranno allo stesso montante finale.

Il tasso $r_a$ offerto dalla banca A per gli investimenti a un anno (oppure – ma si perviene allo stesso risultato – il tasso futuro per l'investimento nel secondo anno, $f_{1,2}$) sarà quindi fissato in modo tale che $(1+r_a)\times(1+f_{1,2})=(1+r_b)^2$.

***Esempio 7***

*Come abbiamo visto, il prezzo corrente di un bond dovrebbe riflettere il valore scontato (attualizzato) dei flussi futuri, con l'impiego di appropriati tassi di sconto. Si ipotizzi che sono disponibili i seguenti tassi: $r_{0,1}$ = 5% e $r_{0,2}$ = 6%. Sono tassi noti oggi (cd. tassi spot, cfr. infra) per investimenti a 1 e a 2 anni da oggi.*

*Sul mercato esiste un bond con le seguenti caratteristiche: paga una cedola di 8 euro fra 1 e 2 anni e alla scadenza (2 anni da oggi) viene rimborsato il valore nominale di 100 euro. Qual è il prezzo equo di tale bond?*

*Il prezzo risulta come somma dei due flussi di cassa attualizzati:*

*- cedola anno 1,* $C_1 = \frac{8}{1{,}05} = 7{,}619$ *euro;*

*- cedola anno 2 + rimborso del titolo,* $C_2 + VR = \frac{8+100}{1{,}06^2} = 96{,}120$ *euro. Si noti che in questo caso è stato usato il tasso del 6% in quanto si tratta di un flusso a 2 anni da oggi.*

*Il prezzo del bond (cd. fair price o prezzo equo) dovrebbe essere 103,739 euro.*

*Si ipotizzi invece che sul mercato tale bond è quotato 101 euro (quindi è sottovalutato). Quale strategia di profitto può essere realizzata? Si potrebbe acquistare oggi il bond pagando il prezzo di 101 e vendere i due coupon (le due cedole future) separatamente ai prezzi sopra calcolati. Vediamo perché tale strategia consente di realizzare un'opportunità di profitto senza costi e senza rischi (cd. arbitraggio).*

| | t(0) | t(1) | t(2) |
|---|---|---|---|
| *acquisto titolo* | - 101 | 8 | 108 |
| *vendita coupon 1* | 7,619 | - 8 | |
| *vendita coupon 2 + VR* | 96,120 | | - 108 |
| | **2,739** | **0** | **0** |

*Si noti come oggi il guadagno netto (2,739) non ha in contropartita alcuna uscita o alcun rischio futuro (NB: all'epoca t(1) e all'epoca t(2) vi sono due segni "–" in quanto il fatto di aver venduto oggi mi ha fatto "perdere" l'opportunità di conseguire i payoff a quelle scadenze).*

*E' anche questa una situazione di non equilibrio: chiunque, osservando i dati del mercato e la presente struttura dei tassi non avrebbe esitazioni a replicare questa strategia. Ma ciò comporterà un eccesso di domanda sul bond, il cui prezzo sarà inevitabilmente destinato a salire fino a raggiungere quel livello d'equilibrio di 103,739 che già avevamo determinato come valore attualizzato dei flussi futuri attesi.*

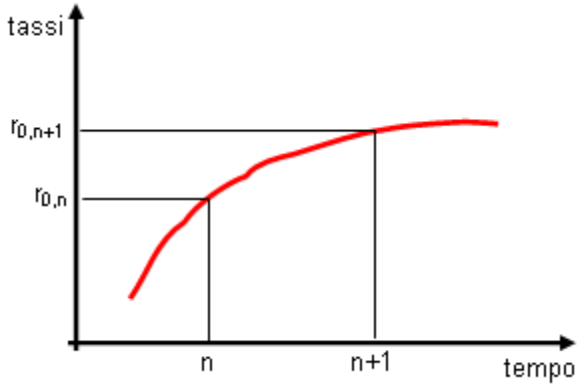
Abbiamo pertanto visto che le strategie che si possono replicare per sfruttare opportunità di arbitraggio e come queste in realtà non esistono più in mercati efficienti. Le lezioni da apprendere sono quindi due:

- i tassi a pronti o correnti (***spot rates***), riferiti a diverse scadenze temporali e i tassi futuri (***forward rates***) sono legati da una precisa relazione, come sarà meglio precisato in seguito; ne consegue che dai tassi correnti si possono ricavare i tassi futuri, almeno al valere di certe condizioni;
- i tassi correnti possono essere usati per prezzare titoli di debito, disaggregandone i flussi in una somma di **singoli pagamenti** (come se fossero degli *zero coupon*) da attualizzare.

Possiamo quindi individuare una distribuzione dei rendimenti (tassi *spot*) di un insieme di titoli obbligazionari in tutto identici salvo che per la loro scadenza in funzione della loro vita residua; questa curva è nota con il nome di struttura a termine o curva dei rendimenti (*yield curve*).

L'interpretazione economico-finanziaria di tale curva attiene alle aspettative circa il livello futuro atteso dei tassi di interesse. Essa consente inoltre di derivare – scadenza per scadenza – i tassi di rendimento impliciti o tassi *forward*.

Non dovendo sussistere opportunità di arbitraggio, il tasso *forward* dovrà essere fissato in modo tale che $1 + f_{n,n+1} = \frac{\left(1 + r_{0,n+1}\right)^{n+1}}{\left(1 + r_{0,n}\right)^{n}}$.




Se fossero disponibili i tassi *spot* per tutte le scadenze, non avremmo alcun problema a rappresentarli sulla *yield curve* e ricavare di conseguenza gli appropriati tassi *forward*, con il solo ausilio della formula precedente. Ciò in realtà non è possibile, visto che i tassi *spot* non sono disponibili per tutte le scadenze. A livello europeo, ad esempio, e con riferimento a titolo governativi dei Paesi dell'Area Euro, sono disponibili tassi *spot* per investimenti a 1, 2, 3, 5, 7, 10 anni (cfr. BCE, *Bollettino Mensile*, dell'area dell'euro), almeno per i rendimenti dei titoli di Stato.

Esiste tuttavia una soluzione alternativa per ricavare i tassi *spot*, per quanto un poco più laboriosa[3]. Il tasso a pronti, infatti, può essere interpretato come lo *yield to maturity*

[3] Volendo essere rigorosi, occorre distinguere tra la *yield curve*, ovvero la curva che approssima il rendimento corrispondente alle diverse scadenze (vita residua) dei titoli, dalla *curva zero coupon* o *term structure*, la quale identifica le relazioni "scadenza/rendimento" limitatamente ai titoli *zero coupon*. Ciò significa che se esistessero sul mercato titoli *zero coupon* per tutte le scadenze potrei costruire la curva su un'ampia gamma di scadenze. In realtà ciò non avviene, in quanto la disponibilità dei titoli senza cedola è limitata alle

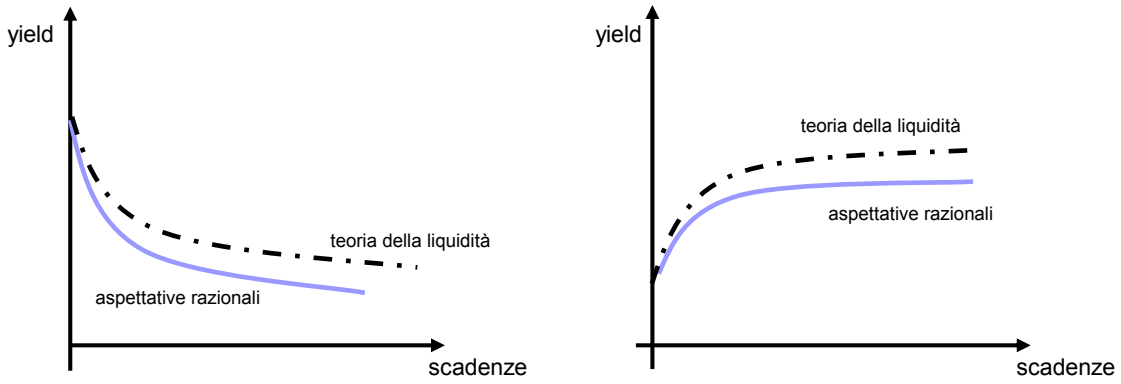
(o tasso di rendimento) di uno *zero coupon* che, acquistato oggi, verrà rimborsato alla scadenza *n*. Quindi il tasso *spot* annuo $r_{0,n}$ è semplicemente la variabile incognita che risolve la seguente equazione: $P = \frac{VR}{(1 + r_{0,n})^n}$, nella quale tutto è noto tranne il tasso.

### *5.2 Le teorie che spiegano la forma della yield curve*

La *yield curve* riflette le percezioni e le attese del mercato circa l'evoluzione dei futuri tassi *spot*: in prima approssimazione, se il mercato si attende una crescita (riduzione) dei tassi, la curva risulterà inclinata positivamente (negativamente). Nulla vieta che l'andamento possa anche essere piatto oppure non monotòno (es. a gobba).

Questa prima semplice intuizione sta alla base della **teoria delle aspettative razionali** (*unbiased expectations*): secondo tale teoria, la curva riflette le attese correnti – formulate con le migliori previsioni possibili, pertanto non distorte (*unbiased*) – circa il livello dei futuri tassi *spot* a breve termine e tali tassi non saranno altro che i tassi *forward* oggi impliciti nella stessa curva[4].

Tale teoria non tiene però conto del rischio associato all'investimento in *bond*: poiché le fonti di incertezza aumentano all'aumentare della scadenza del titolo (e quindi della durata dell'investimento), è ragionevole che gli investitori richiedano tassi più elevati per investire in strumenti a medio/lungo termine. E' questa l'idea sottostante alla **teoria della liquidità**, secondo la quale il tasso *forward* riflette sia le attese del mercato sia un premio per la liquidità, riconosciuto a coloro che hanno investito in *bond* a medio/lungo termine[5]. Se questa teoria è corretta, allora la curva si posiziona sopra a quella che si sarebbe determinata nel caso delle aspettative razionali e il gap è proprio definito dal premio per la liquidità. Mettiamo graficamente a confronto le due teorie.




scadenze brevi; di conseguenza – per la stima della "porzione" di destra della curva – è necessario l'uso di opportuni metodi di calcolo. Il più noto e diffuso è il cd. metodo del *bootstrapping*, che consiste nel ricavare i tassi *zero coupon* per le scadenze non disponibili partendo dai titoli con cedola, i quali, viceversa, sono normalmente disponibili sul mercato per un'ampia gamma di scadenze. Per approfondire cfr. Fabrizi P.L., *L'economia del mercato mobiliare*, Egea, Milano, 2003, pagg. 162-165.

[4] Formalmente, indichiamo con $E(r_{1,2})$ il tasso atteso (*expected*) per l'anno 2. Pertanto se vale $f_{1,2} = E(r_{1,2})$, allora il tasso *forward* è la migliore stima del tasso *spot* per il secondo anno, che potrà essere osservato solo fra 1 anno.

[5] Allora si ha che $f_{1,2} = E(r_{1,2}) + premio$.

Una terza teoria (**premio per l'inflazione**), alla pari della teoria della liquidità, suggerisce che l'investitore a lungo termine debba essere remunerato, non tanto, in questo caso, per il rischio di tasso, quanto piuttosto perché nel medio/lungo termine vi sono maggiori incertezze circa il livello dell'inflazione e quindi sul livello dei tassi nominali e reali che sarà prevalente. Il premio, quindi, riflette tale incertezza; l'idea di fondo – ovvero quella della "extra-remunerazione per il medio/lungo termine" – è assolutamente la stessa della teoria della liquidità.

Segnaliamo, infine, una quarta teoria per fornire una possibile interpretazione della forma della curva dei tassi: la cd. teoria dell'**habitat preferito** (o della segmentazione del mercato) suggerisce che gli investitori prediligono diversi orizzonti di investimento e pertanto, per investire in titoli con scadenze diverse da quelle preferite, devono ricevere un tasso di interesse maggiore. Ciò sposta anche la forma della curva dei rendimenti: ad esempio, un incremento nell'offerta dei titoli a breve termine e una riduzione dell'offerta sulle scadenze più lunghe determina una forma più piatta della curva.

### *5.3 La duration*

La relazione tra prezzo e rendimento di un'obbligazione è decrescente: poiché il prezzo è pari al valore attuale dei flussi futuri scontati ad un certo tasso, va da sé che all'aumentare di tale tasso il risultato finale dell'attualizzazione – ovvero il prezzo – è inferiore.

Da un punto di vista strettamente matematico la relazione non è lineare, bensì curvilinea (convessa) e monotòna decrescente. Ciò che ci interessa calcolare è quanto varia il prezzo al variare dei tassi di interesse. Dobbiamo quindi cercare una misura di sensibilità (*sensitivity*), attraverso la quale poter confrontare diversi titoli e, soprattutto, individuare strategie di copertura a protezione del rischio di interesse.

Introduciamo pertanto il concetto di ***duration*** o **durata media finanziaria** che si determina ponderando le epoche di incasso dei futuri flussi di cassa con gli importi degli stessi, rapportati al prezzo corrente. La *duration* di un titolo è sempre inferiore alla sua durata anagrafica (all'emissione o residua), con l'unica eccezione dei titoli privi di cedola: in questo caso le due durate coincidono.

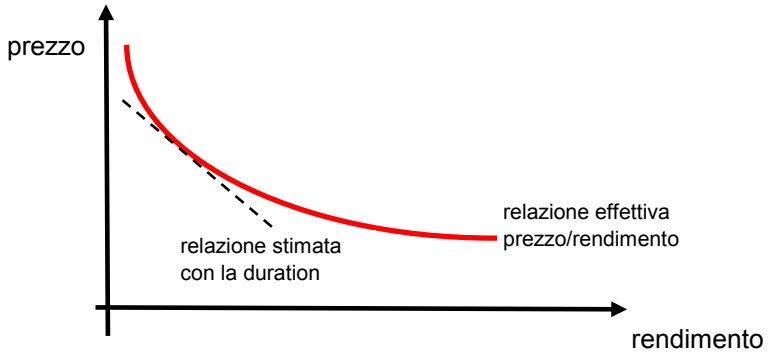
La *duration* traduce quindi in una formula matematica i parametri della scadenza, dell'importo delle cedole ed il rendimento effettivo ex ante per misurare la sensibilità del prezzo al variare dei tassi di interesse di mercato:

$$D = \sum_{t=1}^{n} \frac{t \times CF_t \left(1 + r\right)^{-t}}{P}$$

Vediamo brevemente sia il significato di tale formula sia quali utilizzi possiamo farne.

La *duration* è anzitutto un indicatore della vita media del titolo ma, soprattutto, una misura di sensibilità del prezzo al variare del tasso di interesse. L'accuratezza di tale misurazione è più elevata quando si procede a stimare le variazioni del prezzo a partire da variazioni minime dei tassi. Questo perché la *duration* è un operatore lineare e, quindi, tramite una retta, si cerca di approssimare una funzione – appunto la relazione prezzo/rendimento – che lineare non è.

In pratica stiamo andando ad analizzare cosa accade nel punto di tangenza (o in suo intorno) fra la retta e la curva prezzo/rendimento:




Utilizzando la cd. *duration* modificata, definita da $DM = -D/(1+r)$, risulta possibile stimare la variazione percentuale del prezzo in corrispondenza di una determinata variazione di rendimento; l'esercizio diventa più accurato e, quindi, più di una stima si parla di una misurazione puntuale delle variazioni di prezzo, qualora la variazione del rendimento è infinitesima. La variazione percentuale del prezzo[6] è pari a: $\frac{\Delta P}{P} = -D\frac{\Delta r}{1+r}$, in cui il segno negativo dopo l'uguale traduce il fatto che ad una variazione positiva nei tassi di interesse si associa una variazione negativa nel prezzo e viceversa. Per determinare la variazione assoluta (espressa in termini di punti base) è sufficiente moltiplicare tale risultato per il prezzo del titolo obbligazionario. Da un punto di vista matematico, se calcoliamo la derivata del prezzo di un'obbligazione rispetto al tasso di interesse *r* e dividiamo il risultato ottenuto per P, si ottiene un'approssimazione della variazione percentuale del prezzo in corrispondenza di piccole variazioni di r.

$\frac{dP}{dr} \times \frac{1}{P} = -\frac{1}{1+r} \times D$, da cui si può ricavare agevolmente la formula della *duration* modificata (provare per credere!).

***Esempio 8***

*Detenete in portafoglio un BTP con le seguenti caratteristiche: vita residua 3 anni, cedola semestrale al tasso annuo del 4%, rimborso alla pari. Sapendo che il tasso di rendimento richiesto per titoli della medesima classe di rischio è pari al 4,75%, si calcoli il prezzo corrente e la duration del titolo. Calcolare la variazione attesa, stimata con l'uso della duration modificata, nel caso si verifichi un incremento dei tassi pari allo 0,25%.*

*I passaggi per la risoluzione di questo esercizio sono i seguenti (in rigoroso ordine di esecuzione):*

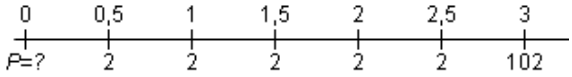
*- asse temporale con l'indicazione dei tempi e dei flussi di cassa associati*

[6] Rinviando alle pagine successive in cui si esporrà un esempio di calcolo della sensibilità di un *bond* alle variazioni dei tassi, è opportuno fin da subito ricordare che la *duration* può essere scritta come misura di elasticità del prezzo a variazioni di *r* e pertanto si può scrivere: $D = -\frac{\frac{\Delta P}{P}}{\frac{\Delta r}{1+r}}$, da cui – riordinando i termini ed esplicitando la variazione percentuale di prezzo – si ricava la formula riportata nel testo.

- *calcolo dei flussi attualizzati e del prezzo corrente*
- *calcolo della duration*
- *calcolo della duration modificata e, tramite questa, della variazione di prezzo attesa.*

*Il titolo paga 2 euro ogni 100 di valore nominale ogni 6 mesi per i prossimi 3 anni; mentre alla scadenza verrà restituito anche il valore nominale.*

*Riportiamo quindi su un asse dei tempi:*




*Il modo migliore per calcolare il prezzo e la duration è senza dubbio quello di costruire una tabella simile alla seguente, che andremo poi a completare riga per riga:*

| t | F(t) | F(t) att. | duration |
|---|---|---|---|
| 0,5 | 2 | 1,954 | 0,010 |
| 1 | 2 | 1,909 | 0,019 |
| 1,5 | 2 | 1,866 | 0,029 |
| 2 | 2 | 1,823 | 0,037 |
| 2,5 | 2 | 1,781 | 0,045 |
| 3 | 102 | 88,744 | 2,715 |
| | | **98,076** | **2,855** |

*Il prezzo di tale BTP è pari a 98,076, con una duration di 2,855 anni (ovviamente risulta <3). Calcoliamo ora la variazione attesa di prezzo nel caso di un incremento dei tassi dello 0,25% (ovvero di 25 punti base): ci riferiamo alla formula prima esposta e ricaviamo che* $\Delta P / P = -2{,}855/(1+4{,}75\%) \times 0{,}25\% = -0{,}68\%$*, per una variazione assoluta pari a* $\Delta P = -0{,}667$.

Si noti, infine, che, non essendo lineare ma curvilinea la relazione prezzo/rendimento, variazione identiche ma opposte di *r* generano correzioni di prezzo differenti. In particolare, se *r* diminuisce la variazione positiva del prezzo è maggiore della variazione negativa del prezzo che sarebbe provocata da una variazione positiva di *r* di pari ma opposto ammontare.

La *duration*, però, essendo un operatore lineare non è in grado di "tradurre" questo aspetto.

E' opportuno introdurre anche una ulteriore misura di analisi, che definiamo volatilità del prezzo del titolo di uno strumento obbligazionario come rapporto tra la variazione percentuale del prezzo rispetto ad una variazione percentuale di *r*: $vol = -\dfrac{\Delta\%P}{\Delta\%r}$ (in cui il segno – "elimina" il problema della relazione negativa *P*/*r*).

## 6. I titoli azionari: elementi di teoria e modelli di valutazione

La base di una società è il suo capitale sociale, ovvero le azioni sottoscritte dai soci, che compongono – congiuntamente alle riserve e ai risultati economici di periodo – il patrimonio netto, espressione di quella grandezza aziendale che quantifica le risorse proprie della società, da destinare al *business* aziendale.

Il nostro interesse si focalizzerà sullo strumento finanziario che esprime la compartecipazione dei soci sia alla vita sociale sia alla suddivisione degli eventuali proventi risul-

tanti dalle attività svolte o alla condivisione delle perdite subìte. I **titoli azionari** rappresentano il "vincolo" che lega i soci e la società e lo strumento attraverso il quale si può reperire nuovo capitale, ovvero nuove risorse da immettere nell'azienda.

Il prenditore di fondi (ovvero la società) non assume alcun impegno certo di remunerazione o di restituzione futura del capitale originariamente ricevuto, in quanto ciò rientra nella più generale aleatorietà dell'attività aziendale. Tipicamente un'azione ha durata indefinita e il contratto azionario (di partecipazione), non prevede un esplicito diritto al rimborso o alla liquidazione della quota sottoscritta.

La remunerazione del capitale, di conseguenza, risulta eventuale e variabile in funzione dell'andamento dei profitti e delle decisioni assembleari: eventuale, in quanto se e solo se c'è un avanzo positivo di gestione (quantomeno ricavi superiori ai costi e una decisione dell'assemblea di distribuire almeno una parte di tali profitti sotto forma di dividendi, in funzione del cd. *payout ratio*); variabile, perché non pre-determinato né predeterminabile, se non con un esercizio di stima.

Tuttavia la remunerazione complessiva per l'azionista non è data dai soli dividendi ma anche dalla possibilità di conseguire un guadagno in conto capitale (cd. *capital gain*), scommettendo su un andamento favorevole dei prezzi. Se ipotizziamo per semplicità che l'azione venga detenuta per un periodo (un anno), la remunerazione dell'investitore è quindi pari a: $r = \frac{DIV + \left(P_1 - P_0\right)}{P_0}$.

Come vedremo più avanti, l'incertezza dei flussi di cassa e le ipotesi necessarie circa la detenzione dello strumento azionario, rendono problematica la definizione del prezzo (e quindi la determinazione del rendimento).

Proponiamo di seguito una breve analisi per sintetizzare le posizioni della società emittente le azioni e dei sottoscrittori (azionisti), in termini di *payoff* monetari e non monetari cui dà luogo la conclusione del contratto azionario.

Per la società emittente (si ipotizzi una società di nuova costituzione che si finanzia integralmente, almeno all'inizio, con capitale proprio) il flusso in entrata è pari al valore delle azioni sottoscritte e versate, al netto di costi tipici dell'emissione, quali il collocamento (il servizio di una banca di investimento che cura l'operazione), l'imposta di registro e altri eventuali oneri legali.

Si ipotizzi per semplicità che gli azionisti non liquidino mai le loro quote né chiedano il rimborso delle stesse: i costi successivi per la società saranno quindi pari ai dividendi futuri distribuiti, al netto degli oneri fiscali[7].

Passiamo invece a vedere i *payoff* monetari e non monetari degli azionisti:

- al tempo 0, essi sottoscrivono le azioni e pagano un prezzo;
- alla conclusione di ogni esercizio e se residuano utili da distribuire, essi ricevono i dividendi.

Ma i *payoff* degli azionisti non si esauriscono qui. Quelli sopra elencati sintetizzano unicamente il profilo monetario; vi è poi tutta la gamma dei **diritti** che – come è stato

[7] Escludere per semplicità il trattamento dei *capital gain* non pregiudica la comprensione dell'analisi, tanto più che, come ci insegna la finanza, il valore di uno strumento finanziario dovrebbe essere pari ai flussi futuri attesi attualizzati ad un appropriato tasso di rendimento e, se si ipotizza una detenzione infinita dell'azione, il *capital gain* non esiste.

già esaminato in aula – spettano agli azionisti e sono di **natura** sia **amministrativa** sia **patrimoniale**.

### *6.1 Elementi di valutazione delle azioni*

Ai fini della valutazione delle azioni, si distinguono essenzialmente due famiglie di modelli: *a)* i modelli fondati sull'attualizzazione dei dividendi (*Dividend Discount Models*, *DDM*); *b)* i modelli prezzo/utile (P/E = *price*/*earning*). I primi si basano sull'ipotesi che l'investitore acquisti azioni per conseguire due tipologie di remunerazione, ovvero – come già detto – dividendi e *capital gain*:

$$P_0 = \sum_t \frac{E(DIV_t)}{(1+k_e)^t} + \frac{E(P_T)}{(1+k_e)^T}$$

Le azioni non hanno scadenza e quindi la formula si trasforma nella seguente:

$$P_0 = \sum_t \frac{E(DIV_t)}{(1+k_e)^t}$$

Quella che a primo avviso potrebbe sembrare una formula molto semplice (e in effetti lo è), si rivela tuttavia poco "pratica", in quanto richiede alcune assunzioni e valutazioni preliminari che potrebbero introdurre una maggiore imprecisione nei risultati. In particolare:

- è richiesta la stima del flusso dei dividendi, costanti o variabili, eventualmente in funzione di un'ipotizzata progressione geometrica;
- è richiesta la stima del tasso di rendimento richiesto dal mercato/dagli azionisti per sottoscrivere l'azione in oggetto e quindi accettare il corrispondente livello di rischio (è anche una misura del costo opportunità, ovvero della rinuncia ad investire in altri SF di natura azionaria).

Se i dividendi sono costanti, si applica il cd. *zero growth model*, in cui i dividendi periodici dall'epoca 1 (il prossimo periodo rispetto al tempo 0 – oggi – epoca della valutazione) all'epoca *T* (fine dell'investimento) sono costanti: quindi $DIV_1 = DIV_2 = ... = DIV_T = DIV$. Per comodità conviene riferirsi a un dividendo periodico annuale, in realtà del tutto coerente con la distribuzione dei dividendi effettuata dalle società successivamente all'approvazione del bilancio di esercizio.

Considerando che l'orizzonte di detenzione viene "spinto" ad infinito ($T \to \infty$, proprio perché le azioni non hanno scadenza e quindi se ne ipotizza una "detenzione" infinita da parte dell'investitore), si può facilmente dimostrare e ricavare che $P_0 = DIV/k_e$, sfruttando le regole dei limiti e delle rendite perpetue.

Viceversa, nell'ipotesi di un *constant growth model* si prevede un dividendo periodico in crescita progressiva a un tasso *g* costante (cd. modello di Gordon): è questa una assunzione più realistica, in quanto è più veritiero che le società cerchino di incrementare progressivamente i profitti (e i dividendi). Ovviamente le lacune pratiche sono facilmente intuibili, ma il modello – di diffusa applicazione – consente quantomeno di formulare un giudizio circa il livello di prezzo ritenuto equo per la sottoscrizione dell'investimento

azionario, tenuto conto del livello di rischio (ancora una volta denotato da $k_e$, tasso di rendimento richiesto dal mercato): $P_0 = \frac{DIV_1}{k_e - g}$.

Modelli più sofisticati (almeno dal punto di vista matematico) possono integrare le due metodologie di calcolo sopra esposte. Ne citiamo due possibili versioni, che prevedono una leggera modifica degli algoritmi di calcolo:

A) "costante + crescita":

- dall'epoca 1 a $\tau<T$, *DIV* costante annuo;
- dall'epoca $\tau+1$ a $T$ (o anche per $T \to \infty$), *DIV* in crescita costante al tasso annuo *g*.

B) "doppia crescita":

- dall'epoca 1 a $\tau<T$, *DIV* in crescita costante al tasso annuo $g_1$;
- dall'epoca $\tau+1$ a $T$ (o anche per $T \to \infty$), *DIV* in crescita costante al tasso annuo $g_2 \neq g_1$.

Nei due casi esposti, la "complicazione" in effetti è solo matematica e dovrebbe servire a tradurre con un maggior grado di realtà le semplificazioni necessarie in un modello di valutazione delle azioni basato sui dividendi. Come già spiegato, *a)* è molto difficile stimare la serie dei dividendi attesi; *b)* è altrettanto difficile stimare/fissare il rendimento richiesto, mantenuto costante nel periodo di valutazione; *c)* l'orizzonte di riferimento assunto è di lunghissimo periodo o infinito.

Un'altra via (e quindi una seconda famiglia di modelli) per la valutazione delle azioni è fare riferimento al concetto di *price*/*earning* (PE), uno dei più diffusi multipli di borsa.

Si può giungere al rapporto PE partendo dal modello di valutazione dei dividendi. Come è noto, $DIV = \alpha \times E$, dove $\alpha$ è il *payout ratio* (tasso di distribuzione degli utili *E*); allora, ipotizzando il modello con dividendi in crescita costante, possiamo scrivere:

$$P_0 = \frac{DIV_1}{k_e - g} = \frac{\alpha \times E_1}{k_e - g} = E_1 \times \frac{\alpha}{k_e - g}$$

da cui:

$$P_o \Big/ E_1 = \frac{\alpha}{k_e - g}.$$

Da quest'ultima formula ricaviamo infine che il PE è funzione diretta del *payout ratio* $\alpha$ e del tasso di crescita *g*, mentre è funzione inversa della rischiosità (livello di $k_e$).

Il PE è un indicatore sovente interpretato come "segnale" di convenienza o meno dell'acquisto o dello smobilizzo di un titolo azionario, rispetto ai PE calcolati per imprese *comparables* ovvero al *price/earning* medio di settore. Tale valutazione si fonda sull'ipotesi di efficienza dei mercati, ovvero della capacità di questi di valutare correttamente le attività finanziarie, esprimendone i prezzi in funzione di tutte le informazioni disponibili. Un titolo che quota "a sconto" rispetto ad imprese *comparables* (per settore di operatività, area geografica, dimensione, profili di rischiosità, prospettive di crescita, ecc.), ovvero con un PE inferiore rispetto a tale *benchmark*, è – in tal caso – un'opportunità di acquisto.

Un'ultima osservazione riguarda la "provenienza" di *g*, tasso di crescita degli utili e dei dividendi. Considerando due esercizi consecutivi – anno 0 e anno 1 – possiamo scrivere la seguente uguaglianza:

$$U_1 = U_0 + Ut_Acc_0 \times ROE$$

dove *Ut_Acc₀* indica gli utili accantonati nell'anno 0 e che, quindi, sono stati reinvestiti l'anno successivo in progetti di investimento, i quali hanno generato un rendimento pari a ROE.

Attraverso alcuni semplici passaggi contabili/algebrici, possiamo ottenere questo risultato finale (dove *α* rappresenta il *payout ratio* e, di conseguenza, (1-*α*) la quota non distribuita degli utili):

$$U_1 = U_0 + Ut_Acc_0 \times ROE$$

$$\frac{U_1}{U_0} = \frac{U_0 + Ut_Acc_0 \times ROE}{U_0}$$

$$\frac{U_1}{U_0} = 1 + \frac{Ut_Acc_0}{U_0} \times ROE$$

$$1 + g = 1 + (1 - \alpha) \times ROE$$

$$g = (1 - \alpha) \times ROE$$

***Esempio 9***

*Calcolare il prezzo equo per un'azione con dividendi costanti perpetui pari a 6,2 € annui, sapendo che il tasso di attualizzazione richiesto dagli azionisti è il 5,5% annuo. Siamo nel caso dello zero growth model:* $P_0 = 6{,}2 / 5{,}5\% = 112{,}73$ *€.*

***Esempio 10***

*Calcolare il prezzo equo per un'azione con dividendi in crescita costante al tasso annuo g pari al 2% annuo, sapendo che il DIV per l'esercizio corrente è pari a 7,5 € ed il tasso di rendimento richiesto dal mercato è il 4%. Il calcolo richiede in questo caso due passaggi.*

*Dobbiamo innanzitutto determinare* $DIV_1$*, ovvero il dividendo tra un anno, il numeratore della formula:* $DIV_1 = DIV_0 \times (1 + g) = 7{,}5 \times 1{,}02 = 7{,}65$ *€.*

*In secondo luogo applichiamo la formula del cd. constant growth model e otteniamo il fair price valutato ad oggi:* $P_0 = 7{,}65 / (4\% - 2\%) = 382{,}50$ *€.*

### *6.2 Le operazioni di aumento del capitale sociale*

Gli aumenti di capitale mirano a fornire all'impresa nuove risorse finanziarie sotto forma di capitale di rischio, reperito direttamente sul mercato, per fronteggiare nuove esigenze gestionali (espansione, operazioni di fusione/acquisizione, copertura di perdite passate…). Il vecchio azionista può essere interessato a mantenere la medesima quota di possesso nella società ed in questo caso eserciterà il cd. diritto di opzione, tale per cui i titoli di nuova emissione vengono offerti in prelazione al vecchio azionista.

Il diritto di opzione (che, per certi versi, richiama quanto già detto sul meccanismo di funzionamento del warrant) ha un prezzo sul mercato (valore effettivo), in base alle correnti di domanda/offerta, in quanto dotato di capacità di circolazione autonoma, e un va-

lore teorico, determinato in funzione dell'aumento di capitale sociale e del prezzo di mercato delle azioni già in circolazione.

Siamo quindi interessati a capire quale sia il valore optato teorico delle azioni dopo l'operazione di aumento del capitale sociale: fin da ora possiamo specificare che il valore delle nuove azioni risulterà minore per un cd. effetto di diluizione del capitale in quanto il valore della società va a "spalmarsi" su un numero più elevato di titoli in circolazione.

***Riquadro 2 – Simbologia***

| | |
|---|---|
| $P_m$ | prezzo di mercato azioni esistenti |
| $P_e$ | prezzo di emissione azioni nuove |
| $n$ | numero azioni di nuova emissione |
| $v$ | numero azioni già in circolazione, necessario per sottoscrivere $n$ nuove azioni |
| $V_o$ | valore optato teorico delle azioni |
| $n/v$ | rapporto di cambio |
| $D_x$ | valore teorico del diritto d'opzione |

**Il calcolo del valore teorico di $D_x$**

Il valore del diritto d'opzione esprime la convenienza per il "vecchio azionista" a sottoscrivere l'aumento di capitale proposto dalla società, ma è anche l'espressione di una specie di "strumento finanziario", in quanto può fare oggetto di autonoma contrattazione. Al fine di calcolare $D_x$ è necessario determinare preliminarmente il valore optato teorico delle azioni, ovvero quanto *dovrebbero* (in linea teorica) valere le azioni dopo l'effettuazione dell'aumento di capitale.

Le formule che utilizzeremo sono differenti a seconda di quale tipologia di aumento di capitale la società sta effettuando, con alcune varianti che analizzeremo.

**Le tipologie di aumenti di capitale**

Ne individuiamo tre fattispecie: *a)* a pagamento; *b)* a titolo gratuito; *c)* misto. Nel primo caso, le nuove azioni sono emesse contro il pagamento di un prezzo, inferiore a quello corrente di mercato affinché la sottoscrizione sia appetibile, mentre nel secondo caso le nuove azioni sono offerte gratuitamente ai soci (quindi con prezzo di emissione $P_e = 0$) e, più correttamente, si parla di diritto di assegnazione. Contabilmente è un mero storno di riserve disponibili al capitale sociale, senza che alla società affluiscano nuove risorse finanziarie o di altro tipo. E' in questa tipologia che è maggiore, come si può intuire, l'effetto di diluizione del capitale.

Infine, il metodo misto, quale combinazione dei due precedenti, prevede una parte di azioni offerte a titolo oneroso ed altre cedute agli azionisti a titolo gratuito.

***Aumenti di capitale:***

- ***a pagamento***

$$V_o = \frac{v \times P_m + n \times P_e}{v + n}$$

- ***a titolo gratuito***

$$V_o = \frac{v \times P_m + g \times P_e}{v + g} = \frac{v \times P_m}{v + g}$$ perché $P_e = 0$

- ***in forma mista***

$$V_o = \frac{v \times P_m + n \times P_e}{v + n + g}$$

In tutti questi casi, il diritto di opzione (o di assegnazione) si calcola come differenza tra $P_m$ e $V_o$.

***Esempio 11***

*Si ipotizzi che la Bianchetti SpA abbia deciso di avviare un aumento di capitale offrendo ai vecchi soci la possibilità di sottoscrivere in prelazione 50.000 nuove azioni con valore nominale di 4 €, ad un prezzo di emissione di 4,7 €. La società ha attualmente in circolazione 200.000 azioni, quotate 5,5 €. Si determini il valore optato teorico delle azioni e il valore del diritto di opzione. Il rapporto di cambio n/v è pari a 50.000/200.000 = 1/4.*

*Quindi il valore optato teorico risulta:* $V_o = \frac{4 \times 5{,}5 + 1 \times 4{,}7}{4+1} = 5{,}34$ *euro. Il diritto di opzione è quindi (5,5 – 5,34) = 0,16 € per azione.*

*Ciò significa che l'investitore è indifferente tra l'acquisto di 4 diritti di opzione e di una nuova azione e l'acquisto di un'azione dopo l'aumento del capitale; infatti* $4 \times 0{,}16 + 4{,}7 = 5{,}34$ *€.*

***Esempio 12***

*Si ipotizzi di detenere una partecipazione pari allo 0,1% nella società KRY SpA (100 azioni di 100.000 in circolazione). La società emette 20.000 nuove azioni. Esercitando il diritto di opzione posso acquistare lo 0,1% delle nuove azioni (ovvero 20), mantenendo invariata la mia quota di partecipazione.*

*Infatti:* $(100+20)/(100.000+20.000) = 0{,}1\%$*. Ipotizzando che le vecchie azioni siano quotate 12 € e il prezzo di emissione delle nuove azioni sia 9 €, il valore optato teorico dopo l'aumento di capitale sociale è 11,50 € (il rapporto di cambio è 1 a 5). Il valore della società passa a 1,38 mln. di €, mentre il mio investimento ammonta a 1.380 €, sempre con una quota di partecipazione pari allo 0,1%.*

***Esempio 13***

*La società NorthCom SpA ha avviato un'imponente operazione di aumento del capitale sociale. Ad ogni vecchio azionista essa propone 1 azione a titolo gratuito e 1 a pagamento ($P_e$ = 4 €) a fronte di ogni 3 azioni detenute. Sapendo che la NorthCom SpA ha in circolazione 1,2 mln. di azioni quotate 5 €, si calcoli il valore del capitale sociale atteso ai nuovi prezzi di mercato.*

*In questo esempio si esamina un aumento di capitale in forma mista con uguale rapporto di cambio tra azioni vecchie e azioni nuove a pagamento e tra azioni vecchie e azioni nuove a titolo gratuito. Grazie a questo fatto possiamo calcolare con un'unica formula il valore optato teorico:* $V_o = \frac{3 \times 5 + 1 \times 4}{3+1+1} = 3{,}8$ *€. Il capitale passa quindi da 6 mln. di € a 7,6 mln. di €, così determinato (NB: non si è tenuto conto dell'applicazione di un eventuale sovrapprezzo azioni):* $\left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}\right) \times 1{,}2 \times 3{,}8 = 7{,}6$ *mln. di €.*

Sono possibili alcune complicazioni, pur mantenendo come filo logico e di analisi le formule che abbiamo visto sopra. Nei prossimi esempi vediamo cosa succede nei seguenti casi: *a)* aumento in forma mista ma con rapporti di cambio diversi; *b)* aumento a pagamento con emissione di azioni di risparmio; *c)* aumento a pagamento con emissione di nuove azioni a godimento differenziato.

***Esempio 14***

*La OffShore Exploration SpA ha avviato un'operazione di aumento di capitale in forma mista con le seguenti caratteristiche: 1 azione gratis ogni 4 possedute e 2 azioni a pagamento ogni 5, ad un prezzo di emissione di 1,9 euro. La società ha*

*una capitalizzazione (a prezzi di mercato) di circa 1,5 mln. di euro e le azioni in circolazione attualmente sono 600.000.*

*Si determini il valore optato teorico delle azioni ed il valore del diritto d'opzione e d'assegnazione.*

*Le azioni in circolazione sono quotate a:* $1{,}5\text{mln.}/600.000 = 2{,}5$ *euro.*

*Devo ora ricondurre i due rapporti di cambio (1/4 e 2/5) ad una medesima base e riscrivo la formula consueta:* $V_o = \dfrac{20 \times 2{,}5 + 8 \times 1{,}9}{20 + 8 + 5} = 1{,}976$ *euro.*

*Il diritto d'opzione (che comprende anche la parte riferita all'aumento gratuito) è quindi:* $D_x = P_m - V_o = 2{,}5 - 1{,}976 = 0{,}524$ *euro. Possiamo scorporarlo in due parti: diritto di opzione (parte a pagamento) e diritto di assegnazione (parte gratuita) utilizzando due ulteriori formule:*

- $D_{opz} = \dfrac{n \times (V_o - P_e)}{v}$

- $D_{ass} = \dfrac{g \times (V_o - P_e)}{v} = \dfrac{g \times V_o}{v}$

*Sostituendo con i dati del nostro esempio, si trovano rispettivamente* $D_{opz}$ *= 0,03 € e* $D_{ass}$ *= 0,494 €.*

***Esempio 15***

*La società BlueSky SpA effettua un aumento di capitale sociale con emissione di azioni di risparmio che scontano, rispetto alle azioni ordinarie un differenziale di prezzo del 25%. Tale differenziale è giustificato dal fatto che le azioni di risparmio hanno minori diritti amministrativi rispetto alle azioni ordinarie e, quindi, sotto questo profilo, sono meno appetibili). Le azioni di nuova emissione saranno offerte a 4 € in ragione di 1 ogni 10 azioni ordinarie possedute (quotazione delle azioni ordinarie 5,7 €). Si calcoli il valore del diritto di opzione.*

*L'unica peculiarità è il fatto di dover tenere conto dello spread di prezzo: avere 1 azione di risparmio è come avere un po' meno di una azione ordinaria. Quindi:* $V_o = \dfrac{v \times P_m + n \times P_e}{v + n(1 - \alpha)}$*, dove α indica il differenziale di prezzo stimato.*

*Applicandola ai dati dell'esempio, si ricava:* $V_o = \dfrac{10 \times 5{,}7 + 1 \times 4}{10 + 1 \times (1 - 25\%)} = 5{,}674$ *€. Il diritto di opzione vale quindi* $D_x = P_m - V_o = 5{,}7 - 5{,}674 = 0{,}026$ *€.*

***Esempio 16***

*La Westoxx SpA ha avviato un'operazione di aumento di capitale a pagamento con le seguenti caratteristiche: rapporto di cambio 1 a 4, prezzo di emissione 12,4 €. Sappiamo inoltre che le vecchie azioni quotano 15 € e che, per il corrente anno, la Westoxx SpA stima di distribuire un dividendo di 1,2 €. All'atto dell'emissione delle nuove azioni, si specifica che esse matureranno il diritto ai dividendi solo dal 1° ottobre. Si calcoli il valore del diritto di opzione.*

*La formula è quella consueta con l'unica variante che si deve incrementare il prezzo di emissione per la parte di dividendo che non spetta alle nuove azioni. E' una sorta di "rateo": esse a fine anno (o meglio dopo la chiusura/approvazione del bilancio) incasseranno i 12/12-esimi del dividendo ma è di loro "competenza" solo la quota di 3/12-esimi, ovvero dal 1° ottobre al 31 dicembre.*

*In questo esempio ipotizziamo che il dividendo maturi in modo uniforme durante l'anno, ma nulla vieta di applicare la stessa formula nel caso di maturazione di dividendi con effetti di stagionalità.*

*Il valore optato teorico si ricava quindi con:* $V_o = \frac{v \times P_m + n \times (P_e + \varphi \times DIV)}{v + n}$,

*dove φ indica la quota di dividendo non spettante alle azioni di nuova emissione.*

*Dai nostri dati, ricaviamo:* $V_o = \frac{4 \times 15 + 1 \times (12{,}4 + 9/12 \times 1{,}2)}{4 + 1} = 14{,}66\,€$.

## Bibliografia


BANFI A. (a cura di), *I mercati e gli strumenti finanziari*, Isedi, Torino, 2004

CAPARRELLI F., *Economia del mercato mobiliare*, McGraw-Hill (Publishing Group Italia), Milano, 2004

FABRIZI P.L., *L'economia del mercato mobiliare*, Egea, Milano, 2003

FABRIZI P.L., POMANTE U., SAITA F., ZANOTTI G., *L'economia del mercato mobiliare*, Egea, Milano, 2006

FERRARI A. – GUALANDRI E. – LANDI A. – VEZZANI P., *Strumenti, mercati, intermediari finanziari*, Giappichelli, Torino, 2001

IL SOLE 24 ORE, *Come si legge il Sole 24 Ore*, ultima ed.

ODETTO G., *Il regime fiscale di azioni, obbligazioni e altri strumenti finanziari a seguito della riforma tributaria*, scheda Eutekne 674.11, 4/2004

PIAZZA M., *Azioni, obbligazioni e strumenti finanziari partecipativi nella riforma fiscale*, in "Il fisco", n° 5, febbraio 2004

SEAC, *Il regime fiscale dei dividendi dopo la riforma*, informativa n° 207, 14 settembre 2004

# Esercizi da svolgere su obbligazioni e azioni

## *Esercizi su titoli di Stato e obbligazioni*

***Esercizio 1***

Avete ricavato le seguenti informazioni sui titoli obbligazionari di due società. La Gladiator Ltd. ha emesso uno *zero coupon* a 1 anno ad un prezzo di 90,909; la Polar Inc. ha emesso un *bond* a 2 anni, con cedola annua del 12%, oggi quotato 100,195.

a) Quali sono i tassi *spot* a 1 e 2 anni?
b) Quale è il prezzo di un titolo *comparable* con scadenza fra 2 anni che paga una cedola annua del 9%?

***Esercizio 2***

Si consideri un *bond* con cedola annua del 4%, tasso di rendimento richiesto dal mercato pari al 6%, vita residua 4 anni e rimborso alla pari.

a. Calcolare il prezzo di mercato corrente.
b. Calcolare la *duration* e la $\Delta P$ attesa nel caso di un incremento dei tassi di 50 punti base.

***Esercizio 3***

Si considerino i due seguenti portafogli:

- portafoglio A: uno zero coupon a 1 anno, con valore nominale 2.000 € ed uno a 10 anni, con valore nominale 6.000 €;
- portafoglio B: uno zero coupon a 5,95 anni, con valore nominale 5.000 €.

Sappiamo inoltre che il tasso di rendimento è il 10% annuo (in capitalizzazione continua).

*a)* Si mostri che le *duration* di A e B coincidono.
*b)* Qual è la variazione attesa nel valore di A se i tassi salgono di 10 punti base? Di quanto tale stima si discosta dalla variazione effettiva?
*c)* Ripetere il punto *b)* ipotizzando un incremento dei tassi di 150 punti base.

***Esercizio 4***

Un investitore può scegliere le due strategie di investimento per un capitale di 5.000 euro:

- S1: investire oggi per 2 anni al tasso s(0,2) = 3,2% annuo;
- S2: investire oggi per 1 anno al tasso s(0,1) = 2,4% annuo e fra 1 anno disinvestire e reinvestire il montante per un altro anno al tasso *forward f(1;2)*.

Calcolare il tasso *f(1;2)* e dimostrare che – in assenza di arbitraggio – le due strategie a scadenza sono equivalenti.

***Esercizio 5***

La ABC Corporation Isabelle ha appena emesso uno ZCB a 5 anni ad un prezzo di 74 (per 100 di VN). Sotto l'ipotesi di acquistare il titolo all'emissione e di detenerlo fino a scadenza:

a) Qual è il rendimento a scadenza (YTM) del prestito obbligazionario?
b) Qual è il rendimento atteso su tale investimento se non esiste rischio di default dell'emittente?
c) Qual è il rendimento atteso se esiste una probabilità di default del 100% e, in tal caso, è possibile recuperare il 90% (c.d. *recovery rate*) del valore nominale?
d) Qual è il rendimento atteso se la probabilità di default è 50% e il *recovery rate* è pari al 90%?

***Esercizio 6***

Nella tabella seguente sono riportati i prezzi di mercato (per 100 di VN) per alcuni *zero coupon*, in base alle diverse scadenze (*maturity*). Si derivino i tassi di rendimento YTM per ciascun bond e si rappresenti graficamente la *yield curve* sull'orizzonte 1-5 anni.

| ***Maturity*** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| ***Prezzi*** | 95,51 | 91,05 | 86,38 | 81,65 | 76,51 |

***Esercizio 7***

Contattate il vostro *broker* per avere il prezzo di un *bond* emesso 10 anni fa dalla Nokia Entertainment: la vita residua è di 20 anni, con tasso di interesse nominale annuo del 6%, cedola semestrale e rimborso alla pari (100). Da quando tale *bond* è stato emesso il tasso di rendimento dei titoli collocati nella medesima classe di rischio è sceso al 4,7% annuo. Quale prezzo siete disposti a pagare oggi per acquistare tale *bond*?

***Esercizio 8***

State valutando l'opportunità di acquistare un *bond* emesso dalla società Zodiac Ltd., che offre un tasso nominale del 5,5% annuo, con cedola semestrale, scadenza tra 7 anni e rimborso alla pari. Il giorno dopo aver acquistato il titolo, la BCE riduce i tassi di mercato dello 0,50%; per effetto di tale riduzione, il tasso di rendimento richiesto per *bond* scende dal 4,5% al 4% annuo.

Decidete quindi di conservare il titolo per 6 mesi e di venderlo dopo l'incasso della prima cedola. Nell'ipotesi che il livello dei tassi resti immutato in futuro, *a)* quale sarà il prezzo di vendita tra 6 mesi?; *b)* quale tasso di rendimento – in capitalizzazione composta – avete conseguito per i 6 mesi di detenzione del *bond*?

***Esercizio 9***

Si ipotizzi che oggi sia il 15 novembre 2011. Detenete in portafoglio il seguente BTP: scadenza 15 maggio 2015, cedola semestrale al tasso del 4,5% annuo, rimborso alla pari. Sapendo che il tasso di rendimento per titoli comparabili è pari al 3% annuo, si determini la *duration* del BTP, la variazione di prezzo attesa e il nuovo livello atteso del prezzo nel caso di un incremento dei tassi dello 0,25%. Spiegate e motivate – senza fare alcun ulteriore calcolo – se la variazione di prezzo stimata con la *duration* risulterebbe la stessa (in valore assoluto) nel caso di un pari decremento dei tassi.

***Esercizio 10***

Grummon Corporation ha emesso uno *zero coupon* a 5 anni. Gli investitori stimano che esiste una probabilità di default dell'emittente del 20%; in questo caso la Grummon Co. sarà in grado di pagare solo il 50% del proprio debito. Sapendo che gli investitori richiedono un tasso di rendimento del 6% annuo, quale è il probabile prezzo corrente e l'YTM di tale obbligazione?

***Esercizio 11***

Sul mercato sono presenti i bond rappresentati nella tabella sottostante. 1) Si determini i tassi di rendimento YTM (impliciti) nei tre *zero coupon*. 2) Alla luce di tali risultati, si descriva se esistono opportunità di arbitraggio e quale strategia – in tal caso – possa essere implementata.

| Bond | Prezzo corrente | Flussi di cassa | | |
|---|---|---|---|---|
| | | Anno 1 | Anno 2 | Anno 3 |
| A | 93,458 | 100 | - | - |
| B | 88,166 | - | 100 | - |
| C | 111,821 | 10 | 10 | 110 |
| D | 83,962 | 0 | 0 | 100 |

***Esercizio 12***

Il BTP con scadenza 1° luglio 2007 quota, in data 1° gennaio 2004, 104,25. Sapendo che le date di godimento del titolo sono 1° gennaio e 1° luglio di ogni anno e la cedola annuale è del 4,75%, si determini il tasso di rendimento effettivo a scadenza. Dato il rendimento di tale BTP, si determini il probabile prezzo di mercato al 1° gennaio 2004 di un secondo BTP con identica scadenza, che presenta però una cedola pagata semestralmente alle stesse date pari all'8,5% annuo.

***Esercizio 13***

Si ipotizzi un portafoglio obbligazionario così composto:

- BTP 4,75% annuo, cedole semestrali, scadenza fra 2 anni da oggi, valore nominale 30.000 euro, rimborso alla pari;
- zero coupon con scadenza 5 anni da oggi, valore nominale 50.000 euro, rimborso alla pari.

Sapendo che il tasso di rendimento ritenuto equo per titoli di pari grado di rischio è il 4,25% annuo, si determini il valore corrente del portafoglio.

***Esercizio 14***

Una obbligazione emessa dalla Repubblica della Grecia, con scadenza tra 2 anni da oggi presenta le seguenti caratteristiche: cedola annua del 5,5%, rimborso alla pari, quotazione di 32,49. Si determini il tasso di rendimento effettivo a scadenza.

***Esercizio 15***

Sui mercati dell'Eurozona, un concetto "prossimo" a quello di tasso risk-free è dato dal rendimento decennale di un *bund zero coupon* a 10 anni emesso dalla Repubblica Federale Tedesca, che oggi può essere scambiato ad un prezzo di 83,660. Sapendo che lo spread tra il *bund* e il BTP italiano di analoga durata è pari a 530 p.b., si determini il presumibile prezzo di quotazione di un BTP a 10 anni, con cedola semestrale del 4,5% annuo.

***Esercizio 16***

Collegatevi al sito Borsa Italiana e scaricate la "scheda prodotto" dell'obbligazione "Mediobanca Dc15 Terzo Atto $ Variabile" (codice ISIN: IT0004669120).
Si imposti l'equazione per la stima del rendimento dell'obbligazione e si descrivano sinteticamente i principali fattori di rischio per un investitore.

## *Esercizi su azioni e aumento di capitale*

***Esercizio 17***
Le azioni della società Allixx SpA sono quotate in Borsa al prezzo di 11,9 €; l'utile atteso per azione è pari a 0,9 €; il tasso di autofinanziamento fissato dalla società è il 40% ed il saggio di crescita stimato dei dividendi è pari al 2% annuo. Si calcoli il tasso di rendimento atteso dell'investimento azionario.

***Esercizio 18***
La Halliford Co. stima per il prossimo esercizio utili unitari (EPS) pari a 3$. Per i prossimi 2 esercizi (anno 1 e anno 2) la società pianifica di trattenere il 100% dell'utile maturato, mentre nei 2 anni successivi (anni 3 e 4) il tasso di autofinanziamento scenderà al 50%. Dall'anno 5 in avanti il tasso di autofinanziamento scenderà al 20%. Ogni anno gli utili non distribuiti saranno investiti in nuovi progetti con un rendimento atteso annuo del 25%; viceversa la parte distribuita verrà pagata agli azionisti sotto forma di dividendi. Dato un costo del capitale del 10%, quale è il presumibile prezzo corrente delle azioni Halliford?

***Esercizio 19***
Le stime sulla società Dorsett Co. sono le seguenti: dividendi attesi fra 1 anno pari a 0,20 €, crescita annua 5%; tasso di mercato 11%. Qual è il prezzo atteso? Se il *payout ratio* fosse il 60%, si determini il *price/earning ratio* della società.

***Esercizio 20***
In sede di aumento di capitale, la società Doria SpA ha previsto che le azioni di nuova emissione abbiano godimento dal 1° luglio. Sapendo che il dividendo stimato per l'esercizio è 3 € e che si distribuisce linearmente nel corso dell'anno, che il prezzo di mercato è 80 € e che le nuove azioni sono emesse a 70 € in rapporto 1:4 (1 nuova contro 4 vecchie), calcolare il valore delle azioni dopo l'aumento di capitale e il valore del diritto di opzione.

***Esercizio 21***
La società Ice Hunter SpA effettua un aumento di capitale in forma mista con i seguenti rapporti di cambio: 2 nuove contro 5 vecchie per la parte a pagamento; 1 nuova contro 3 vecchie per la parte gratuita. Sapendo che le azioni a pagamento sono emesse a 11 € e sul mercato la quotazione è di 15 €, calcolare il valore delle azioni e dei diritti di opzione e assegnazione.

***Esercizio 22***
In qualità di *junior analyst* dell'Area Finanza della vostra società, vi viene richiesto di valutare gli effetti di un cambiamento nella politica di distribuzione degli utili. Avete quindi raccolto le seguenti informazioni: le azioni della società sono quotate ad un prezzo di 50 €, le attese sono per una crescita degli utili pari all'8% annua, il prossimo utile atteso è pari a 5 € per azione e il tasso di distribuzione (*payout ratio*) è pari al 60%.

a) Quale è il tasso di rendimento richiesto dagli azionisti?
b) Si ipotizzi che, per investire in progetti più redditizi, l'impresa deve aumentare la percentuale di autofinanziamento fino al 70% degli utili. Ciò consentirebbe anche di portare il tasso di crescita degli utili al 10% annuo. A parità di altre condizioni e sapendo che il *top management* desidera mantenere il corrente livello di quotazione delle azioni, è opportuno che l'impresa modifichi le proprie strategie nella politica di distribuzione degli utili?

***Esercizio 23***
La società GammaPlast SpA delibera un aumento di capitale sociale a pagamento, prevedendo un godimento differito per le nuove azioni (dal 1° settembre).
Il rapporto di cambio è 1 a 4; il prezzo di mercato delle vecchie azioni è 16 €, mentre quelle nuove saranno emesse a 9,50 €.
Sapendo che l'utile previsto per l'anno è 5 € e che, dovuto alla stagionalità del *business* della società, l'80% dell'utile matura nei primi 8 mesi dell'anno, si determinino il valore optato e il valore teorico del diritto di opzione. Si ipotizzi un *payout ratio* pari al 40%.